

Dos modelos de Teoría de Juegos aplicados a las Administradoras de Fondos para el Retiro (AFORES) en México: una aproximación teórica

Humberto Banda Ortiz*

Denise Gómez Hernández **

Julia Hirsch***

(Recibido: octubre, 2016/Aceptado: marzo, 2017)

Resumen

El sistema de pensiones basado en administradoras de fondos para el retiro (AFORES) es relativamente nuevo en México, es por ello que el presente trabajo muestra dos aplicaciones de la teoría de juegos con el fin de proporcionar herramientas que permitan a los diferentes agentes económicos que participan en el mercado de pensiones de capitalización individual en México tomar decisiones para maximizar sus beneficios económicos y personales. Los resultados que se encontraron ponen de manifiesto la aplicabilidad del modelo de Bertrand para modelar la forma en como las AFORES compiten por precios en el mercado y la utilidad del modelo de Hotelling para modelar la forma en como las AFORES compiten por una diferenciación horizontal en el mercado.

Palabras clave: fondo de pensiones, AFORES, SIEFORES, teoría de juegos.

JEL classification: C720 D140 E210 G210.

* Profesor-investigador de la Facultad de Contaduría y Administración de la Universidad Autónoma de Querétaro, doctor en Economía-Financiera. Autor de correspondencia <humberto.banda@gmail.com>.

** Profesora-investigadora de la Facultad de Contaduría y Administración de la Universidad Autónoma de Querétaro, doctora en Ciencias Actuariales.

*** Profesora-investigadora de la Facultad de Contaduría y Administración de la Universidad Autónoma de Querétaro, doctora en Ciencias Económicas.

Two game theory models applied to the Institutions Administrators of Retirement Funds (afores) in Mexico: a theoretical approach

Abstract

In Mexico the pension system based on Institutions Administrators of Retirement Funds (AFORES) is relatively new, that is why this study shows two game theory applications in order to provide different decisions tools to the economics agents involved into individual capitalization pension market in Mexico, and help them to maximize their economic and personal profits. The results show the applicability of Bertrand model to modeling the way in AFORES compete in prices and the Hotelling model utility to modeling how AFORES compete for a horizontal differentiation market.

Keywords: pension funds, AFORES, SIEFORES, game theory.

JEL classification: C720 D140 E210 G210.

1. Introducción

En la década de los noventa se realizaron una serie de reformas a la seguridad social en México creándose el sistema de ahorro para el retiro (SAR). El SAR se fundamenta en contribuciones definidas de capitalización individual con dos cuentas: retiro y vivienda. Asimismo, se promulgó una reforma a la Ley del Seguro Social con el fin de reestructurar los servicios que ofrecía el Instituto Mexicano del Seguro Social (IMSS) y garantizar su sostenibilidad económica.

Uno de los objetivos de las reformas era que los trabajadores obtuvieran una mayor rentabilidad en sus fondos de pensiones, con el fin de incrementar el monto de la pensión que recibirían al momento de su retiro. Para ello, los trabajadores tienen la alternativa de elegir a la administradora de fondo para el retiro (AFORE). Con la entrada en vigor de las reformas se pretendía que las AFORES entraran en un esquema de competencia por atraer los fondos

de los trabajadores, lo que propiciaría mayores beneficios para los trabajadores, ya que las AFORES generarían esquemas de inversión que proporcionarían mayores tasas de rendimiento para los ahorros de éstos. Además, los trabajadores, actuando racionalmente, se afiliarían a aquella AFORE que generaran el máximo rendimiento neto, con el fin de obtener el máximo rendimiento de su fondo de retiro.

Que haya más de una AFORE implica que existe una interacción entre ellas. Una herramienta que permite analizar la manera cómo las distintas AFORES se relacionan entre sí es la teoría de juegos, debido a que permite modelizar las diferentes decisiones estratégicas a las que se enfrentan los agentes económicos, o jugadores, y que a su vez influyen y son influidas por las decisiones que adoptan otros agentes económicos. Cabe señalar que el uso de la teoría de juegos permite representar los diferentes escenarios de cooperación y/o coordinación que surgen entre agentes económicos que participan en el juego, los cuales buscan maximizar su función de utilidad o, dicho en otras palabras, sus beneficios.

El presente artículo se estructura de la siguiente manera: en la segunda sección se presenta la forma cómo se constituye el sistema de pensiones en México. En la tercera sección se expone brevemente la teoría de juegos como herramienta de análisis estratégico. En la cuarta sección se plantea la aplicación del modelo de Bertrand y el de Hotelling a las AFORES. Finalmente, en la quinta sección se presentan las conclusiones del presente trabajo.

2. El sistema de pensiones en México

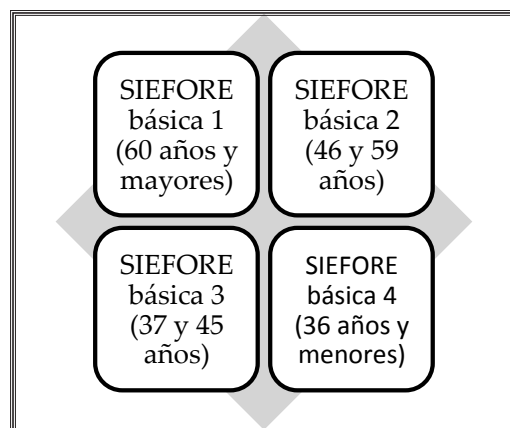
En 1992 se realizó un cambio en la seguridad social en México y se creó el sistema de ahorro para el retiro (SAR). Dos años más tarde, en 1995, se reformó la Ley del Seguro Social en México y se estableció el cambio del sistema de pensiones de beneficio definido para los trabajadores afiliados al Instituto Mexicano del Seguro Social (IMSS), por un sistema de contribuciones definidas y cuentas individuales de los trabajadores, que son administradas por empresas denominadas administradoras de fondos para el retiro (AFORES), que son las instituciones que tienen bajo su custodia los recursos que integran las cuentas individuales de los trabajadores mexicanos.

De acuerdo a la asociación mexicana de AFORES (AMAFORE), con la entrada en vigor de la nueva Ley del Seguro Social el 1 de julio de 1997,

las personas que consiguen empleo y se registran en el IMSS o en el ISSSTE deben de obtener una cuenta individual de ahorro para el retiro, en la cual los trabajadores podrán ahorrar recursos hasta el día en que se retiren laboralmente. En dicha cuenta se deben depositar todas las aportaciones que realizan los trabajadores, el patrón y el gobierno, además de las aportaciones adicionales que decide depositar voluntariamente el trabajador. Cabe mencionar que en diciembre de 2016, se encontraban en operación once AFORES: PensionISSSTE, SURA, Profuturo GNP, Invercap, Banamex, XXI Banorte, MetLife, Principal, Coppel, Azteca e Imbursa.

La aportación total obligatoria a la cuenta individual de cada trabajador a la AFORE se integra por el equivalente al 6.5% de su salario base de cotización ante el IMSS. De ese 6.5%, su patrón aporta un 5.15%, el trabajador un 1.125 % y el gobierno federal un 0.225%.

Las aportaciones de cada uno de los trabajadores, que son administradas por las AFORES, se invierten en diferentes portafolios de inversión denominados sociedades de inversión de AFORES (SIEFORES), cuyo funcionamiento está autorizado por la Secretaría de Hacienda y Crédito Público (SHCP) y son supervisadas por la Comisión Nacional de Ahorro para el Retiro (CONSAR). A partir de noviembre de 2012, existen cuatro tipos de SIEFORES con un perfil diferente, dependiendo de la edad del trabajador (figura 1).

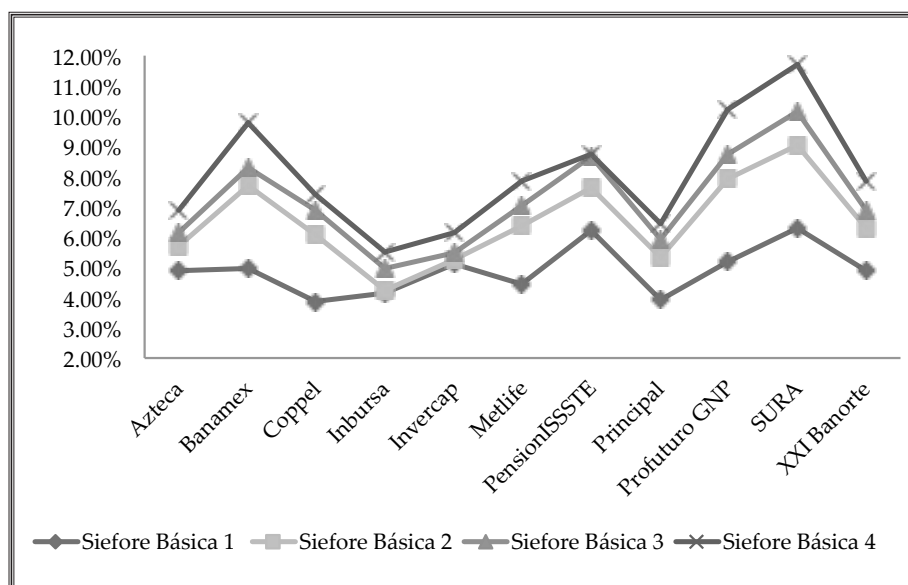


Fuente: elaboración propia con datos de la CONSAR a junio de 2017.

Figura 1
SIEFORES básicas autorizadas por la CONSAR

En cada una de las SIEFORES el porcentaje de inversión máximo y mínimo en los diferentes instrumentos financieros de renta fija y de renta variable se encuentra predeterminados por la CONSAR, por lo que las AFORES pueden construir sus portafolios de inversión únicamente dentro de los rangos estipulados y en los instrumentos establecidos por dicha institución. A abril de 2017 las cuatro diferentes SIEFORES básicas tenían diversificados sus portafolios de inversión (tabla 1).

Con el establecimiento de límites en los porcentajes de inversión en los diferentes instrumentos financieros la CONSAR promueve la diversificación del riesgo de las SIEFORES, a la vez que evita que las AFORES se desvíen de su objetivo principal, que es la administración de los ahorros de los trabajadores. Debido a que cada AFORE constituye su portafolio de inversión en cada una de las diferentes SIEFORES, dentro de los rangos estipulados y en los instrumentos establecidos de acuerdo a sus preferencias, los rendimientos de cada SIEFORE variaran en cada AFORE (figura 2).



Fuente: elaboración propia con datos de la CONSAR.

Figura 2
Rendimientos netos por SIEFORE y por AFORE con precios de bolsa

Tabla 1
Composición de las inversiones
(cifras porcentuales al cierre, abril de 2017)

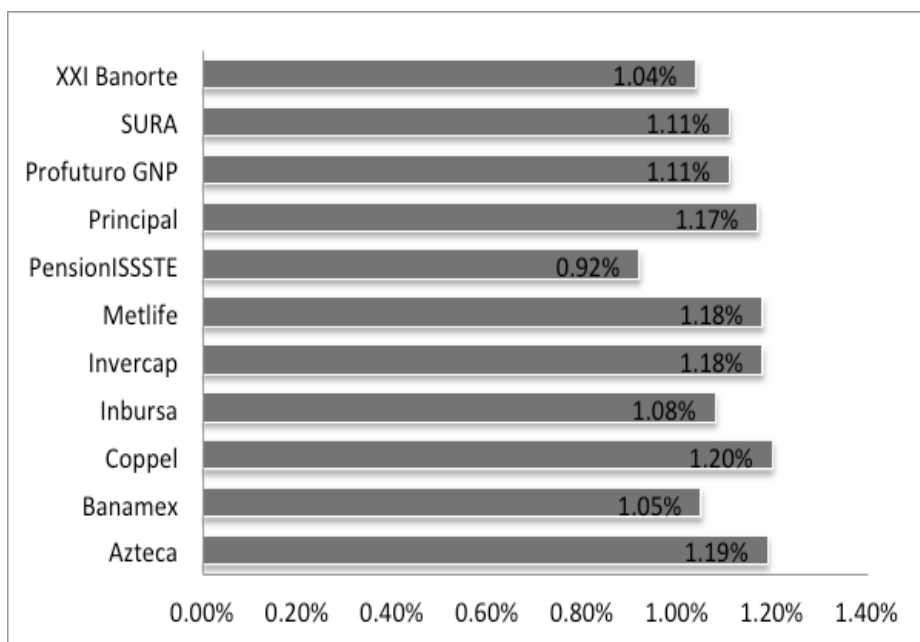
Tipo de instrumentos		Siefore básica 1	Siefore básica 2	Siefore básica 3	Siefore básica 4	Siefore adicionales	Total
Renta variable nacional	Renta variable nacional	1.1	5.8	6.9	9.0	5.0	6.9
Renta variables internacional	Renta variable internacional	2.9	15.2	18.1	22.3	10.8	17.5
Mercancías	Mercancías		0.0	0.1	0.1	0.0	0.1
Deuda privada nacional	Alimentos	0.8	0.4	0.4	0.4	0.7	0.4
	Automotriz	0.0	0.1	0.1	0.1		0.1
	Banca de desarrollo	3.2	2.0	2.1	1.9	1.6	1.2
	Bancario	2.0	1.5	1.1	0.9	1.6	1.2
	Bebidas	1.3	0.6	0.6	0.5	0.0	0.6
	Cemento	0.0	0.1	0.1	0.1	0.0	0.1
	Centros comerciales						
	Consumo	0.7	0.4	0.3	0.2	0.1	0.3
	Deuda CP						
	Empresas productivas del Estado	4.8	4.2	4.0	3.8	3.9	4.0
	Estados	1.2	0.7	0.7	0.7	2.4	0.7
	Europesos	2.5	2.3	2.3	2.1	0.4	2.2
	Grupos industriales	1.0	0.7	0.8	0.7	0.3	0.8
	Hoteles						
	Infraestructura	3.2	2.0	1.9	1.8	2.3	2.0
	otros	1.3	0.7	0.8	0.7	0.3	0.8

Conclusión. Tabla 1.

Tipo de instrumentos		Siefore básica 1	Siefore básica 2	Siefore básica 3	Siefore básica 4	Siefore adicionales	Total
Deuda privada nacional	Papel	0.5	0.2	0.2	0.1	0.0	0.2
	Servicios financieros	0.3	0.2	0.1	0.2	0.0	0.2
	Siderúrgica						
	Telecom	1.8	1.2	1.2	1.1	0.3	1.2
	Transporte	0.4	0.3	0.2	0.2	0.0	0.2
	Vivienda	3.5	2.2	2.1	1.6	2.7	2.1
Estructurado	Estructurados	0.7	4.8	6.0	5.4	1.5	5.1
Deuda internacional	Deuda internacional	2.4	1.0	1.1	0.8	0.0	1.0
Deuda gubernamental	BOND 182						
	BONDES	0.4	1.0	1.2	2.9	16.5	1.9
	BONOS	12.7	21.0	19.2	18.3	14.2	19.2
	BPA182	5.3	0.1	0.0	0.0	0.8	0.3
	BPAS					3.6	0.1
	BPAT					1.4	0.0
	CBIC	2.9	3.6	4.3	3.7	0.1	3.7
	CETES	1.5	3.6	2.4	1.7	3.7	2.6
	DEPBMX						
	UDIBONO	38.1	20.8	18.8	15.7	21.0	19.5
	UMS	1.3	1.4	1.3	1.2	0.1	1.3
	REPARTOS	2.1	1.9	1.9	2.1	4.4	2.0
	Total	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0

Fuente: <http://www.consar.gob.mx/SeriesTiempo/CuadroInicial.aspx?md=21>. Consultado el 20 de abril.

El rendimiento neto que se presenta en la figura 2 resulta de restar al rendimiento bruto las comisiones que cobran las AFORES. A este respecto, la ley del sistemas de ahorro para el retiro vigente en su artículo 37 establece que, con el fin de promover que los trabajadores obtengan un mayor rendimiento, las comisiones cobradas por las AFORES derivadas de la administración de las cuentas individuales únicamente podrán cobrarse como un porcentaje sobre el valor de los activos administrados. Como se puede apreciar en la figura 3, en abril de 2017, la AFORE que menos comisiones cobró es PensionISSSTE con un 0.92%, mientras que la que más comisión cobra es Coppel con un 1.20%, lo que representa un *spread* de 28 puntos base entre ellas.



Fuente: elaboración propia con datos de la CONSAR.

Figura 3
Comisiones de las SIEFORES básicas por AFORE

Un trabajador racional que tenga como finalidad maximizar el monto de los recursos de los que dispone en su AFORE al momento de su retiro debería de elegir aquella AFORE que le proporcione el mayor rendimiento neto, lo que implica que las distintas AFORES deben de competir tanto en rendimiento bruto como en las comisiones que cobra para poder lograr que cada vez más trabajadores se afilien a su empresa y maximizar sus utilidades.

Una herramienta que permite visualizar las interacciones estratégicas que tienen las diferentes AFORES para lograr la maximización de sus beneficios es la teoría de juegos, es por ello que en la siguiente sección se expondrán brevemente los principios de esta teoría para que, posteriormente, en la cuarta sección se modelen los resultados esperados para la competencia a la que se enfrentan las AFORES en México.

3. La teoría de juegos como una herramienta de análisis en la toma de decisiones

Una herramienta que permite analizar la manera como las distintas AFORES interactúan entre sí es la teoría de juegos, debido a que mediante ésta se modelizan las decisiones que adoptan, y que influyen y son influidas por las decisiones que toman los diferentes agentes económicos. Mediante el uso de la teoría de juegos es factible simular escenarios de cooperación y coordinación que surgen entre las diferentes AFORES que existen en el mercado, las cuales tienen entre sus objetivos maximizar su función de utilidad, o la maximización de sus beneficios. Cabe señalar que dicha función de utilidad depende de los incentivos, las preferencias y las características de cada uno de los diferentes agentes económicos que participan en el juego.

El origen de la teoría de juegos se remonta a inicios del siglo xx, cuando algunos matemáticos empezaron a analizar juegos reales como el ajedrez. Sin embargo, la teoría de juegos moderna surge a partir de Von Neumann (1944). Durante los años 50 y 60, surgieron una gran cantidad de artículos de investigación que proponían novedosas aplicaciones a situaciones económicas sustentadas en los modelos económicos de la época. En 1951, John Nash estableció el “equilibrio de Nash”, como concepto de equilibrio estándar para juegos no cooperativos de n jugadores y de suma no constante.

Una nueva innovación en el campo de la teoría de juegos se presentó en los trabajos de Harsanyi (1967), quien desarrolló la teoría para los juegos con información incompleta. Con los cuales, de acuerdo a Meca Martínez (s.f.), se inició un infinito panorama de aplicaciones en el análisis económico, además de que son la base a partir de la cual se desarrolló la llamada economía de la información.

En (1985) Myerson definió a la teoría de juegos como una disciplina matemática, la cual analiza situaciones de conflicto y cooperación entre tomadores de decisiones racionales mediante el uso de modelos de interacciones estratégicas entre los diferentes jugadores. Gintis (2000) planteó que si los agentes económicos se localizan en un mercado competitivo y los bienes y servicios en dicho mercado son sustituibles fácilmente entre sí, como en el caso de las AFORES, entonces las predicciones teóricas tienen un fundamento empírico robusto. No obstante, si los bienes y servicios no son sustituibles fácilmente entre sí los resultados no son significativos.

Hoy en día, la teoría de juegos puede ser definida como una teoría de toma de decisiones en contextos de interacción estratégica. Es decir, es una herramienta que permite tomar decisiones en situaciones en las cuales las decisiones tomadas por un agente, o jugador, influyen los resultados que puede obtener otro agente a través de su toma de decisiones y viceversa. Cabe resaltar dos supuestos relevantes de la teoría de juegos. El primero es la racionalidad de todos los agentes económicos que intervienen en el juego y el segundo es que todos los agentes económicos presumen que todos los participantes del juego son racionales.

Dentro de la teoría de juegos se distinguen los juegos cooperativos de los no cooperativos. Los juegos cooperativos parten del supuesto que los agentes económicos pueden llegar a acuerdos sobre su comportamiento, por lo que este tipo de juegos centran su atención en identificar los resultados óptimos para los diferentes agentes económicos que intervienen en el juego. Los juegos no cooperativos parten de la hipótesis de que no existe la posibilidad de que los agentes económicos tengan acuerdos entre ellos.

En la teoría de juegos no cooperativos se distinguen dos tipos de juegos: los juegos con información completa y los juegos con información incompleta. En los juegos con información completa los agentes económicos conocen el impacto de sus decisiones para ellos y para los otros jugadores. En los juegos con información incompleta los agentes económicos desconocen el impacto que tendrán sus decisiones para ellos y para los otros jugadores.

En ambas clases de juegos, con información completa y con información incompleta, se pueden volver a distinguir dos tipos de juegos: los juegos estáticos y los juegos dinámicos. En los juegos estáticos los agentes económicos toman sus decisiones de manera simultáneamente sin conocer las estrategias de los otros jugadores. En los juegos dinámicos los agentes económicos pueden conocer anticipadamente las estrategias de otros jugadores. Cabe mencionar que existen combinaciones entre juegos dinámicos y juegos estáticos en las cuáles se toman algunas decisiones de forma simultánea y otras de forma secuencial.

4. Teoría de juegos y AFORES

En esta sección se plantea la aplicación del modelo de Bertrand y del modelo de Hotelling a las decisiones estratégicas que toman AFORES en México. Por un lado, el modelo de Bertrand será utilizado para modelar la forma en cómo las AFORES compiten por precios en el mercado. Por el otro, el modelo de Hotelling será utilizado para modelar la forma en cómo las AFORES compiten por una diferenciación horizontal en el mercado.

Los modelos de teoría de juegos que se utilizarán son juegos estáticos con información completa (el modelo de Bertrand) y juegos dinámicos con información completa (el modelo de Hotelling). En ambos modelos se parte del supuesto de información completa, ya que, las diferentes AFORES que existen en el mercado toman sus decisiones respecto a las comisiones en una fecha determinada, es decir, de forma simultánea y conocen, al menos parcialmente, el impacto de sus decisiones en el mercado.

4.1. La competencia en comisiones en las AFORES: el modelo de Bertrand

El modelo de Bertrand plantea un mecanismo de competencia de precios en un mercado con un producto homogéneo. Este modelo parte del supuesto de que las empresas establecen de forma independiente el precio de su producto y que cada empresa puede fácilmente cubrir la demanda del producto que se genera al precio establecido previamente. Lo expuesto en el párrafo anterior implica que los consumidores racionales elegirán por comprar el producto de la empresa que tenga el menor precio y, en el supuesto que varias empresas establezcan el mismo precio, se establecerá la regla de reparto de la demanda (Gibbons, 1992).

Como se puede observar el sistema de pensiones en México presenta similitud con los supuestos establecidos en el modelo de Bertrand tales como, la producción de un bien o servicio homogéneo (SIEFORES), que las AFORES establecen de forma independiente las comisiones que cobran (que es el precio de su producto) y que las AFORES podrían cubrir la demanda total que los trabajadores afiliados al sistema de pensiones generen, por lo que es factible la aplicación del modelo de Bertrand para caracterizar el mercado de las AFORES en México.

Por simplicidad, el modelo propuesto parte del supuesto que existen únicamente dos AFORES. Ambas AFORES prestan un servicio homogéneo que son las SIEFORES. Las SIEFORES, como sucede en la realidad, son perfectamente sustituibles en las funciones de utilidad de los trabajadores, lo que implica que los trabajadores pueden decidir afiliarse a una AFORE u a otra dependiendo de las comisiones que cobren.

En la medida en que las AFORES cobren la misma comisión se requiere, como se mencionó anteriormente, asumir una distribución de la cantidad demandada entre las AFORES y que las AFORES pueden satisfacer fácilmente la demanda de afiliación de los trabajadores. Adicionalmente, por simplicidad, se asume que el costo marginal (definido como C_m) es constante para todas las AFORES. Asimismo, la función de demanda del mercado de AFORES depende de las personas que se afilian a las AFORES (denotada como q), de la comisión que cobra la AFORE (definida como C) y de la rentabilidad de la SIEFORE definida en la ecuación (1).

$$q_t = D(C_t) \equiv D_1(C_{1,t}, C_{2,t}) + D_2(C_{1,t}, C_{2,t}) \quad (1)$$

En donde:

q_t = la cantidad de demanda total de personas que quieren y deben de afiliarse en el mercado de AFORES en el periodo t .

$D(C_t)$ = la demanda de afiliaciones que depende de las comisiones que cobre la AFORE en un periodo t .

$D_1(C_{1,t}, C_{2,t})$ = la demanda de afiliaciones de la AFORE 1, la cual depende de la comisión que cobra ella misma y de la comisión que cobra la AFORE 2 en un periodo t .

La función de demanda se expresa en la ecuación (2), la cual establece que si la comisión que cobra la AFORE i es menor a la que cobra la AFORE j , entonces la AFORE i , se quedaría con todo el mercado de las cuentas

individuales de los trabajadores afiliados al sistema. Si por el contrario, la comisión que cobra la AFORE i es mayor a la que cobra la AFORE j entonces la AFORE i tendería a salir del mercado ya que no tendría afiliados. En el caso de que la comisión que cobra la AFORE i fuera igual a la que cobra la AFORE j entonces ambas AFORES se repartirían el mercado proporcionalmente.

$$D_1(C_{it}, C_{jt}) = \begin{cases} D(C_{it}) & \text{si } C_{it} < C_{jt} \\ \frac{1}{2}D(C_{it}) & \text{si } C_{it} = C_{jt} \\ 0 & \text{si } C_{it} > C_{jt} \end{cases} \quad (2)$$

La ganancia de la AFORE i puede expresarse como la diferencia entre las comisiones que cobre y sus costos marginales representada en la ecuación (3).

$$\Pi^i(C_{it}, C_{jt}) = (C_{it} - C_{mit})D_i(C_{it}, C_{jt}) \quad (3)$$

La finalidad de la AFORE i es maximizar su ganancia, eligiendo la comisión que cobrará a sus afiliados dada la comisión que la AFORE j cobrará a los suyos, la cual no puede ser conocida con anterioridad, debido a que en cada periodo t las AFORES establecen sus comisiones simultáneamente y de manera no cooperativa. Es decir, las AFORES no conocen *a priori* las comisiones que su competidor establecerá para el siguiente periodo y, por lo tanto, debe anticiparse a él. Adicionalmente, tanto la AFORE i como la AFORE j conocen la estructura de costos y los objetivos de su competidor.

Si las AFORES no tuvieran la posibilidad de modificar sus comisiones, el equilibrio de Nash se definiría como el conjunto de comisiones (C_i^*, C_j^*) tal que la comisión que cobre cada AFORE maximice sus ganancias que obtendrán dada la comisión que cobra la otra AFORE. Lo anterior puede plantearse formalmente como en la ecuación (4).

$$\Pi_i(C_i^*, C_j^*) \geq \Pi_i(C_i', C_j^*) \quad (4)$$

Para solucionar el juego podemos plasmar tres escenarios diferentes dependiendo de la relación de costos que existe entre las dos AFORES y checar si al menos una de las AFORES tiene un incentivo de desviarse, es decir, cobrar una comisión diferente dada la comisión que cobra la otra AFORE. Sólo si ninguna de las AFORES tiene ningún incentivo de desviarse unilateralmente, se trata de un equilibrio de Nash.

Caso 1:

El costo marginal de la AFORE i es mayor al costo marginal de la AFORE j : $CM_i > CM_j$.

a) $C_i > C_j \geq CM_i$

Entonces la AFORE i no obtiene ningún beneficio dado que su comisión es mayor a la comisión de la AFORE j . La AFORE j podría aumentar su comisión hasta quedar justo por debajo C_i y obtendrá así beneficios positivos mayores. La AFORE j tendrá incentivos de desviarse en este caso. No se trata de un equilibrio de Nash.

b) $C_i \geq CM_i > C_j$

Entonces la AFORE i no obtiene ningún beneficio dado que su comisión es mayor a la comisión de la AFORE j . Si la AFORE i bajara su comisión para que fuera justo por debajo de la comisión de la AFORE j , es decir $CM_i > C_j > C_i$, podría captar toda la demanda. Sin embargo, obtendrá una ganancia negativa. Por lo tanto, la AFORE j no puede mejorar su situación bajando su comisión. Sin embargo, la AFORE j podría subir su comisión para que estuviera justo por debajo de la comisión de la AFORE i , es decir, $C_i > C_j > CM_i$; en este caso, seguirá captando toda la demanda pero obtendrá ganancias mayores. Por lo tanto, la AFORE j tiene un incentivo de desviarse unilateralmente en este caso. No se trata de un equilibrio de Nash.

c) $CM_i > C_i > C_j$

Entonces la AFORE i no obtiene ningún beneficio dado que su comisión es mayor a la comisión de la AFORE j o las dos AFORES se dividen en el mercado y a AFORE i obtendrá beneficios negativos. En el caso de que $CM_i > C_i = C_j$, si la AFORE i subiera su comisión para que fuera arriba de la comisión de la AFORE j , es decir $C_i > C_j$, no tendría nada de demanda. Sin embargo, dejará de tener pérdidas. Por lo tanto, la AFORE i tiene ningún incentivo de desviarse unilateralmente. Además, si $CM_i > C_i > C_j$, la AFORE j podría subir su comisión justo por debajo de la comisión de la AFORE i , y obtendrá mayores ganancias. Por lo tanto, la AFORE j tiene un incentivo de desviarse unilateralmente en este caso. No se trata de un equilibrio de Nash.

d) $CM_i > C_j \geq C_i$:

Entonces la AFORE i obtiene toda la demanda o la mitad de la demanda del mercado, pero dado que su comisión está por debajo de su costo marginal, incurrirá en pérdidas. Si la AFORE i subiera su comisión para

que $C_i > C_j$, la AFORE i ya no captaría nada de demanda y su ganancia sería 0 que es mejor que tener pérdidas. Por lo tanto, la AFORE i tiene un incentivo de desviarse unilateralmente en este caso. No se trata de un equilibrio de Nash.

e) $C_j \geq CM_i > C_i$:

Entonces la AFORE i obtiene toda la demanda, pero dado que su comisión está por debajo de su costo marginal, incurrirá en pérdidas. Si la AFORE i subiera su comisión para que $C_j \geq C_i \geq CM_i$, la AFORE i seguirá captando toda la demanda o la mitad de la demanda y obtendrá beneficios positivos o beneficios nulos. Por lo tanto, la AFORE i tiene un incentivo de desviarse unilateralmente en este caso. No se trata de un equilibrio de Nash.

f) $C_j > C_i \geq CM_i$

Entonces la AFORE i obtiene toda la demanda. Si la AFORE j bajara su comisión para que $C_i > C_j$, la AFORE j captará toda la demanda y obtendrá beneficios positivos. Por lo tanto, la AFORE j tiene un incentivo de desviarse unilateralmente en este caso. No se trata de un equilibrio de Nash.

g) $C_i = CM_i, C_j = CM_i (-\epsilon)$

Entonces las AFORES se reparten la demanda. La AFORE i no puede mejorar su situación porque bajando su comisión para capturar toda la demanda, incurrirá en pérdidas. La AFORE j tampoco puede mejorar su situación porque si subiera su comisión perdería la demanda y bajando la comisión perdería ingresos. Por lo tanto, ninguna AFORE tiene un incentivo de desviarse unilateralmente en este caso. Se trata de un equilibrio de Nash.

Caso 2:

El costo marginal de la AFORE j es mayor al costo marginal de la AFORE i : $CM_j > CM_i$.

La argumentación se realiza de forma análoga al caso 1 sólo con las AFORES inversas. Es decir el equilibrio de Nash es: $C_j = CM_j, C_i = CM_j (-\epsilon)$.

Caso 3:

El costo marginal de las dos AFORES son iguales: $CM_i = CM_j$.

La argumentación se realiza de forma análoga al caso 1. Es decir el equilibrio de Nash es: $C_j = C_i = CM_i = CM_j$.

Para resumir, se puede decir que si existe una AFORE que tiene costos marginales mayores, la otra AFORE captará la demanda de todo el mercado y obtendrá beneficios positivos que dependen de la diferencia entre los dos costos marginales. Si las dos AFORES tienen el mismo costo marginal, se dividen la demanda y obtendrán beneficios nulos.

4.2. La diferenciación horizontal en las AFORES: el modelo de Hotelling con costos cuadráticos como en d'Aspremont *et al.* (1979)

La diferenciación entre las diferentes AFORES representa una ventaja para los trabajadores que tienen que decidir a cuál AFORE afiliarse. Asimismo, la diferenciación le ofrece a las AFORES la posibilidad de distinguirse en el mercado, dado que, como ya se mencionó, el producto que ofrecen tiende a ser homogéneo.

Existen tres conceptos que permiten comprender la diferenciación entre los distintos productos, dichos conceptos son: la diferenciación horizontal, la vertical y la idiosincrática. La diferenciación horizontal y vertical implican un enfoque espacial. Para Eaton y Lipsey (1989) la diferencia de los productos está en función de las características cuantificables que poseen, como la variedad y la calidad. Cabe mencionar que la diferenciación horizontal establece que la demanda de un bien o servicio está en función de su variedad, mientras que en la diferenciación vertical está en función de su calidad. Asimismo, la diferenciación idiosincrática se fundamenta en el supuesto de que los bienes y servicios son distintos entre sí, por contener elementos que no pueden fácilmente relacionarse con una característica determinada.

Como en la presente sección el modelo planteado es un modelo de diferenciación horizontal se profundizará en este concepto. La diferenciación horizontal de un bien o servicio radica en la localización de éstos en un determinado espacio de elementos característicos, a lo largo del cual se encuentran distribuidos los agentes económicos que demandan dicho bien o servicio. Cabe señalar que el espacio donde se encuentran distribuidos los agentes económicos puede ser un lugar territorial o estar definido en términos de los factores sobre los cuales los consumidores establecen sus preferencias respecto a dicho atributo.

La diferenciación horizontal parte del supuesto de que los consumidor preferirá, en principio, la variedad de bienes y productos más cercana, en

términos de los atributos que cubren su función de preferencias, y valorará menos a los más lejanos, es decir que no cubren los atributos de su función de preferencias. No obstante, dicha preferencia puede cambiar si la variedad más alejada le es más conveniente en términos de precio que la variedad que se encuentra más cerca.

El juego propuesto en esta sección parte del modelo de Hotelling con costos cuadráticos como en d'Aspremont *et al* (1979). El modelo que se plantea describe un modelo de duopolio de dos periodos con productos que son diferenciados. Por simplicidad el modelo planteado supone que el servicio que ofrecen las AFORES se diferencia en dos formas: las comisiones y el servicio, que representa un elemento de diferenciación horizontal utilizando la aproximación del modelo de Hotelling.

Por simplicidad, el modelo propuesto parte del supuesto que existen únicamente dos AFORES. Ambas AFORES prestan un servicio homogéneo que son las SIEFORES. La ubicación de ambas AFORES depende de los servicios que ofrecen, que son preferidos o no por los trabajadores que se afiliarán a dichas AFORES. Se denotan las localizaciones de las AFORES por el espacio $\{0,1\}$, respectivamente. Adicionalmente, se supone que hay un cierto número de trabajadores distribuidos uniformemente en dicho intervalo de acuerdo a las preferencias que tienen por el servicio que ofrecen las AFORES i y j .

El juego propuesto consta de dos periodos. En el primer periodo, las AFORES i y j eligen simultáneamente las características del servicio que proporcionarán a los trabajadores afiliados a dicha AFORE (denotado por E_i , E_j , respectivamente). En el segundo periodo, las AFORES fijan las comisiones que van a cobrar el siguiente periodo, C_i , C_j , respectivamente. Después, los trabajadores deciden a qué AFORE afiliarse. Como ocurre en la realidad, un trabajador puede únicamente afiliarse a una AFORE. Esta cronología toma en cuenta que, por lo general, es más sencillo cambiar el precio de un producto que su diseño.

Suponemos que la función de utilidad que tendrán los trabajadores de afiliarse a la AFORE i será:

$$U_1 = V - \alpha(P - E_1)^2 - C_1$$

Donde V representa el valor que atribuyen los trabajadores al hecho de estar afiliados a una AFORE, E_1 representa el servicio que ofrece la AFORE i ,

α representa un factor que indica los costos que asume el trabajador cuando la AFORE no ofrece el servicio según su preferencia P , y C_1 es la comisión que cobra la AFORE i .

Así mismo, suponemos que la función de utilidad que tendrán los trabajadores de afiliarse a la AFORE j será:

$$U_2 = V - \alpha(E_2 - P)^2 - C_2$$

Donde V representa el valor que atribuyen los trabajadores al hecho de estar afiliados a una AFORE, E_2 representa el servicio que ofrece la AFORE j , α representa un factor que indica los costos que asume el trabajador cuando la AFORE no ofrece el servicio según su preferencia P , y C_2 es la comisión que cobra la AFORE j .

Cabe señalar que el presente trabajo parte del supuesto que el posicionamiento de la AFORE j es más a la derecha con respecto al posicionamiento de la AFORE i , es decir, $E_2 > E_1$.

Dado lo anterior, podemos determinar el trabajador que es justo indiferente entre afiliarse a la AFORE i y la AFORE j como:

$$\alpha(P - E_1)^2 + C_1 = \alpha(E_2 - P)^2 + C_2$$

Es decir:

$$P = \frac{C_2 - C_1}{2\alpha(E_2 - E_1)} + \frac{(E_2 + E_1)}{2}$$

Dada esta información, es posible determinar el número de trabajadores afiliados a la AFORE i (T_1) y los trabajadores afiliados a la AFORE j (T_2) como:

$$T_1 = P = \frac{C_2 - C_1}{2\alpha(E_2 - E_1)} + \frac{(E_2 + E_1)}{2}$$

$$T_2 = 1 - P = 1 - \frac{C_2 - C_1}{2\alpha(E_2 - E_1)} - \frac{(E_2 + E_1)}{2}$$

Dado lo anterior, podemos determinar las funciones de ganancia de AFORE i y la AFORE j como:

$$\pi_1 = [C_1 - CM] \left[\frac{C_2 - C_1}{2\alpha(E_2 - E_1)} + \frac{(E_2 + E_1)}{2} \right]$$

$$\pi_2 = [C_2 - CM] \left[1 - \frac{C_2 - C_1}{2\alpha(E_2 - E_1)} - \frac{(E_2 + E_1)}{2} \right]$$

Para determinar las funciones de reacción de la AFORE i y la AFORE j se derivan las funciones de ganancia con respecto a C_1 y C_2 respectivamente y se iguala a cero con lo que se obtiene.

$$C_1 = \frac{C_2 + CM}{2} + \frac{\alpha}{2}[E_2^2 - E_1^2]$$

$$C_2 = \alpha[E_2 - E_1] + \frac{C_1 + CM}{2} - \frac{\alpha}{2}[E_2^2 - E_1^2]$$

En equilibrio, se tienen que satisfacer ambas condiciones simultáneamente. Por lo tanto se obtiene:

$$C_1 = CM + \frac{2}{3}\alpha[E_2 - E_1] + \frac{1}{3}\alpha[E_2^2 - E_1^2]$$

$$C_2 = CM + \frac{4}{3}\alpha[E_2 - E_1] - \frac{1}{3}\alpha[E_2^2 - E_1^2]$$

Sustituyendo las comisiones en las funciones de ganancia de la AFORE i y la AFORE j , se obtiene:

$$\pi_1 = \left[\frac{1}{18} \alpha[E_2 - E_1][2 + E_1 + E_2]^2 \right]$$

$$\pi_2 = \left[\frac{1}{18} \alpha[E_2 - E_1][4 - E_1 - E_2]^2 \right]$$

El siguiente paso es resolver la elección simultánea de los servicios en la etapa 1. Para tal propósito, se determina nuevamente las primeras derivadas de las funciones de ganancias pero esta vez con respecto a E_1 y E_2 , respectivamente.

$$\frac{\partial \pi_1}{\partial E_1} = \frac{1}{18} \alpha[2 + E_1 + E_2][-2 - 3E_1 + E_2]$$

$$\frac{\partial \pi_2}{\partial E_2} = \frac{1}{18} \alpha[4 - E_1 - E_2][4 + E_1 - 3E_2]$$

Como se planteó anteriormente el servicio tiene que estar ubicado en el intervalo $[0,1]$. Si se determinan las derivadas de las primeras derivadas, se sabe cómo se comporta la primera derivada con respecto al nivel de servicio respectivo:

$$\frac{\partial^2 \pi_1}{\partial E_1^2} = \frac{1}{18} \alpha [-8 - 6E_1 - 2E_2] < 0$$

$$\frac{\partial^2 \pi_2}{\partial E_2^2} = \frac{1}{18} \alpha [6E_2 + 2E_1 - 16] < 0$$

Ahora es factible calcular el valor de la primera derivada en los puntos extremos:

$$\frac{\partial \pi_1}{\partial E_1} |_{(E_1 = 0)} = \frac{1}{18} \alpha [2 + E_2] [-2 + E_2] < 0$$

$$\frac{\partial \pi_1}{\partial E_1} |_{(E_1 = 1)} = \frac{1}{18} \alpha [3 + E_2] [-5 + E_2] < 0$$

Dado que la primera derivada de la AFORE i es negativa en ambos extremos y sabemos que la segunda derivada siempre es negativa, lo mejor para la AFORE i es escoger un servicio $E_1 = 0$.

$$\frac{\partial \pi_2}{\partial E_2} |_{(E_2 = 0)} = \frac{1}{18} \alpha [4 - E_1] [4 + E_1] > 0$$

$$\frac{\partial \pi_2}{\partial E_2} |_{(E_2 = 1)} = \frac{1}{18} \alpha [3 - E_1] [1 + E_1] > 0$$

Dado que la primera derivada de la AFORE j es positivo en ambos extremos y sabemos que la segunda derivada siempre es negativa lo mejor para la AFORE j es escoger $E_2 = 1$. Esto significa que la AFORE i y la AFORE j van a diferenciar sus productos lo más que pueden.

Con respecto a las comisiones se llega al siguiente resultado:

$$C_1 = CM + \alpha$$

$$C_2 = CM + \alpha$$

Lo anterior implica que con una diferenciación del producto, pueden cobrar una comisión arriba del costo marginal por lo que tendrán ganancias positivas de acuerdo con:

$$\pi_1 = \pi_2 = \frac{\alpha}{2}$$

Comparado con el modelo de Bertrand, este modelo muestra entonces que sí existe la posibilidad de diferenciar sus productos a través del servicio y suponemos que se elige primero el nivel de servicio y después hay competencia en precios, las empresas deciden diferenciar sus productos lo más posible, lo que les permitirá obtener ganancias positivas a pesar de la competencia de precios.

5. Conclusiones

Las AFORES y SIEFORES en México es un esquema relativamente nuevo y la mayoría de las personas que se afilian a éstas poseen información incompleta del manejo óptimo de su inversión para el retiro.

Un trabajador que trate de maximizar el monto de sus recursos en la AFORE al momento de su retiro deberá de afiliarse a aquella AFORE que le proporcione el mayor rendimiento neto. Es por esto que una de las variables relevantes que el trabajador debe de considerar. Al momento de afiliarse a una AFORE, es la comisión que cobra, lo que implica que las distintas AFORES deben de competir tanto en rendimiento como en las comisiones que cobran para poder lograr que cada vez más trabajadores se afilien a su empresa. Así mismo, los servicios que ofrecen las AFORES son importantes para establecer una diferenciación respecto a sus competidores y poder captar más clientes.

En este artículo se realizó un análisis a partir del modelo de Bertrand para explicar de qué manera las AFORES pueden elegir su estrategia al momento de fijar sus comisiones. Adicionalmente, se realizó un análisis mediante el modelo de Hotelling con costos cuadráticos para establecer la diferenciación horizontal en comisiones y calidad y servicio entre las diferentes AFORES.

Mediante la aplicación del modelo de Bertrand fue factible modelar el mercado de las AFORES en México y se logró explicar cuáles son las condiciones para llegar a un equilibrio de Nash en el cobro de las comisiones que cobran las diferentes AFORES. Con el modelo de Bertrand se pudo establecer que si existe una AFORE que tiene costos marginales mayores, la otra AFORE captará la demanda de todo el mercado y obtendrá beneficios positivos que dependen de la diferencia entre los dos costos marginales. Si las dos AFORES tienen el mismo costo marginal, se dividen la demanda y obtendrán beneficios nulos.

Mediante la aplicación del modelo de Hotelling se pudo determinar que, mediante la diferenciación en los servicios que ofrecen, las AFORES pueden cobrar una comisión a sus afiliados por arriba del costo marginal que tienen y, por lo tanto, obtener ganancias positivas.

El modelo de Hotelling, comparado con el modelo de Bertrand, muestra que sí existe la posibilidad de que las AFORES diferencien sus productos a través del servicio y que las AFORES eligen primero el nivel de servicio que van a ofrecer a sus clientes y después hay competencia en las comisiones que cobran. Lo anterior implica que las AFORES decidirán diferenciar sus productos lo más posible, lo que les permitirá obtener ganancias positivas a pesar de la competencia de precios.

Referencias

- d'Aspremont, C.; J. y J. F., Jaskold Gabszewicz (1979). "On Hotelling's Stability in Competition", *Econometrica*, 47, No. 5, pp. 1145-1150.
- Gibbons, R. (1992). *Un primer curso de teoría de juegos*, Antoni Bosch. Barcelona, España, pp. 210-155.
- Gintis, H. (2000). *Game Theory Evolving*, Princeton University Press, New Jersey USA, pp. 110-160.
- Harsanyi, J. C. (1967). "Games with Incomplete Information Played by Bayesian Players". *Management Science*, 14, pp. 159-182.
- Meca-Martínez, A. (2010). "Génesis y Evolución de la Teoría de Juegos. Sus Orígenes en España". *Artículos de Investigación Operativa*, pp. 78-120.
- Myerson, R. B. (1985). *Bayesian Equilibrium and Incentive-Compatibility: An Introduction*. *Game Theoretic Models of Bargaining*. Cambridge University Press, Cambridge USA, pp. 66-99.
- Nash, John F. (1951). "Non-cooperative games". *The Annals of Mathematics*, 54, pp. 286-295.
- Von-Neumann J. y O. Morgenstern (1944). *Theories of games and economic behavior*. Princeton University Press, New Jersey, USA, pp. 120-166.
- www.consar.gob.mx/SeriesTiempo/.