

## Portafolios de inversión con medidas alternativas de riesgo: semivarianza y desviación media absoluta

Ambrosio Ortiz-Ramírez\*

Lucero Francis Leyva-Sosa\*\*

María Teresa V. Martínez-Palacios\*\*\*

(Recibido: noviembre, 2018/Aceptado: abril, 2019)

### Resumen

En esta investigación se realiza un análisis entre medidas de riesgo de un portafolio de inversión: varianza, semivarianza, desviación media absoluta e índice de Sharpe, se determinan los pesos óptimos para cada medida de un portafolio de inversión conformado por 12 acciones que cotizan en el Índice de Precios y Cotizaciones de la Bolsa Mexicana de Valores. El periodo de estudio abarca desde 01 de enero de 2015 al 29 de diciembre de 2017. Los modelos para optimizar las cuatro medidas de riesgo se programaron en Matlab 2017a y se generan 100 portafolios óptimos para construir la frontera eficiente de cada medida. Para determinar la eficiencia de las medidas de riesgo, se ejecuta un análisis de rentabilidad de los portafolios que resultaron de la optimización para un plazo de 92 días. Bajo los supuestos anteriores se concluye que la semivarianza y la desviación media absoluta presentan una mayor rentabilidad ponderada, mientras que el portafolio que obtuvo una menor minusvalía al plazo considerado fue el portafolio con el enfoque de varianza y el de mayor minusvalía fue el portafolio con el índice de Sharpe.

*Palabras clave:* optimización de portafolios, tasa de rendimiento, elección de portafolio.

*Clasificación JEL:* C61, E43, G11.

---

\*\*\*Profesores-investigadores en la Escuela Superior de Economía del Instituto Politécnico Nacional. Plan de Agua Prieta, núm. 66, col. Plutarco Elías Calles, Alcaldía Miguel Hidalgo, cp. 11340, Ciudad de México, conmutador 01 (55) 57296000 ext. 62036. Correos electrónicos: <lucero.sosa1592@gmail.com, 0445547974294>; <amortiz@ipn.mx, 0445518084927>; <teremarpal@gmail.com>.

## **Investment portfolios with alternative risk measures: semi-equity and absolute mean deviation**

### **Abstract**

In this research an analysis is made between risk measures of an investment portfolio: variance, semivariance, absolute average deviation and Sharpe index, the optimal weights are determined for each measure of an investment portfolio consisting of 12 stocks listed on the Mexican Stock Exchange Index. The study period covers from January 01, 2015 to December 29, 2017. The models to optimize the four risk measures were programmed in Matlab 2017a and 100 optimal portfolios are generated to construct the efficient frontier of each measure. In order to assess the efficiency of the risk measures, an analysis of profitability of the portfolios that resulted from the optimization for a period of 92 days is executed. Under the previous assumptions, it is concluded that the semivariance and the absolute average deviation present a higher weighted return, while the portfolio that obtained a lower drop in value to the considered term was the portfolio with the variance approach and the one with greater drop in value was the portfolio with the Sharpe index.

*Keywords:* portfolio optimization, rate of return, portfolio choice.

*JEL classification:* C61, E43, G11.

### **1. Introducción**

En la actualidad el dinero juega un papel fundamental en la economía, de acuerdo a sus expectativas los individuos pueden decidir si ahorran o consumen parte de su ingreso. Si el agente representativo toma la decisión de ahorrar parte de su capital, tiene diversas alternativas para conservarlo o bien aumentarlo, tales opciones se mencionan a continuación:

- 1) el agente puede ser capaz de resguardar bajo su poder el capital que posee, sin embargo, incurre en dos costos de oportunidad significativos: por un lado la presencia de inflación da como resultado una

pérdida de poder adquisitivo; por otro lado perdería el beneficio que podría obtener si colocara su capital en un activo; por esta razón, tal opción no es comúnmente la más recomendada.

- 2) El agente puede llevar sus recursos a una institución financiera en donde su capital genere interés, lo cual lo llevaría a un aumento de su riqueza, por último,
  - 3) se tiene la opción en la cual se centra esta investigación, la cual es la posibilidad de invertir el capital en el mercado de valores, siendo una opción en la que un agente representativo puede aumentar su riqueza.
- Debido a que los mercados financieros y de capitales funcionan bajo condiciones de incertidumbre, el agente representativo debe actuar mediante una conducta racional buscando obtener un rendimiento máximo sin la necesidad de asumir un nivel alto de riesgo.

Las principales metodologías que se han desarrollado para estudiar el problema de reducir el nivel de riesgo de un inversionista cuando invierte en el mercado de valores son:<sup>1</sup>

- El modelo de medias y varianzas de Markowitz (1952). Aquí Harry M. Markowitz observa que mediante una combinación de dos o más valores es posible conseguir una mejor relación entre el riesgo y la rentabilidad, midiendo el riesgo por la desviación estándar.
- El modelo de mercado de Sharpe (1963), con el objetivo de hacer aplicable el modelo de Markowitz, William Sharpe introduce dos hipótesis simplificadoras: *i*) la relación entre los títulos se debe a su común relación con la cartera de mercado. *ii*) la relación entre cada título y el mercado es lineal.
- El modelo de valoración de activos de capital, por sus siglas en inglés CAPM (Capital Asset Pricing Model) de Sharpe (1964), tiene como objetivo principal determinar la rentabilidad de cada activo en función de su riesgo, así como hallar un indicador adecuado el cual permita medir fielmente dicho riesgo. Sin embargo, los activos están expuestos a otros riesgos que pueden poner en peligro los recursos del inversionista y afectar sus posibilidades de consumo futuro.
- El CAPM, multifactor de Merton (1973b), incorpora factores adicionales al mercado que generan riesgos sobre una inversión. Este

---

<sup>1</sup> Para más detalles revisar (Álvarez-García, Ortega-Oliveros, Sánchez-Ospina, y Herrera-Madrid, 2004).

modelo plantea que el inversionista buscará ser remunerado por el riesgo que tenga que asumir con cada fuente de riesgo adicional a las de mercado.

- El modelo de valoración de activos a través del arbitraje de precios, conocido por sus siglas en inglés como el modelo APT (Arbitrage Pricing Theory), tiene como objetivo principal estimar la prima de riesgo, adicional al rendimiento del activo, que espera recibir el inversionista por aceptar el nivel de riesgo del activo. A diferencia del CAPM considera la posibilidad de la existencia de varios tipos de riesgo sistemático.
- El modelo de valoración de precios a través de opciones, también conocido como el Modelo de Black-Scholes-Merton, Black y Scholes (1973), Merton (1973a). Con este modelo, Black y Scholes, desarrollaron el método para determinar los precios de las opciones construyendo un portafolio hipotético, que los llevó a una estrategia de neutralización, creando un portafolio sin riesgo.

Estas metodologías conducen a optimizar el portafolio de un inversionista que desea maximizar su utilidad esperada. Es importante señalar que todas ellas están basadas en el modelo de Markowitz (de media-varianza), en el cual surgen algunos inconvenientes que hacen que se dificulte su ejecución. Según Konno y Yamazaki (1991), la optimización de un portafolio a gran escala utilizando el modelo de Markowitz (matriz de covarianza completa) se ha considerado poco práctica, no sólo por su dificultad computacional sino también por las complicaciones asociadas con la implementación de su solución.

Con el fin de simplificar el cálculo computacional, es necesario examinar aquellas opciones que contribuyan al mejoramiento de modelo de Markowitz. Se observa que los inversionistas no están completamente convencidos de tomar la desviación estándar como una medida de riesgo, debido a que puede ocurrir que se presenten ganancias negativas (García y Serna, 2015). Debido a este argumento, uno de los objetivos de este trabajo es conformar un portafolio de inversión óptimo con medidas de riesgo alternativas: semi-varianza y desviación media absoluta, además del enfoque de Markowitz y del índice de Sharpe (portafolio de varianza mínima), de tal manera que el consumidor-inversionista maximice su utilidad esperada dadas las preferencias que tiene ante el riesgo. De acuerdo con el criterio de media-varianza y de

la teoría de la utilidad esperada, las preferencias individuales son representadas por una función (de utilidad) del valor esperado y de la varianza de la variable aleatoria bajo estudio; tal función de utilidad es caracterizada por un parámetro que mide el rechazo individual al riesgo (Bassetti y Torricelli, 1991). En el marco de las investigaciones referidas, las principales contribuciones de este trabajo son:

- 1) el planteamiento y solución del problema de optimización de las medidas de riesgo alternativas: desviación media absoluta y semivarianza, además del enfoque de media-varianza, portafolio con el índice de Sharpe y portafolio de varianza mínima,
- 2) el diseño del programa de cómputo para optimizar las medidas de riesgo asociadas a cada problema,
- 3) la medición de la rentabilidad al plazo de cada portafolio con su respectiva medida de riesgo.

Este trabajo está organizado como sigue. En la siguiente sección se describe brevemente el marco teórico sobre portafolios su relación con la teoría de la utilidad esperada, en la tercera sección se definen dos medidas alternativas de riesgo para la formación de portafolios de inversión: la desviación media absoluta y la semivarianza, en la cuarta sección con una muestra de acciones que cotizan en la bolsa mexicana de valores, se aplican las diferentes medidas de riesgo, se presentan y discuten los resultados obtenidos, por último, se concluye en la quinta sección.

## **2. Portafolios de inversión**

Un portafolio de inversión es un conjunto de activos compuesto por acciones, bonos y opciones, entre otros instrumentos financieros, con los cuales se busca tener un mayor rendimiento y reducir el riesgo de exponerse ante una pérdida, en particular, de aquellas que tengan una magnitud grande (Urbina, 2015), de manera general un portafolio es simplemente una combinación de activos en determinadas proporciones.

Dado que el rendimiento futuro de los activos financieros es incierto, éste es considerado como una variable aleatoria. Así, la incertidumbre hace que además de los rendimientos esperados, los analistas deban tener en cuenta

el riesgo de los activos financieros. Por este motivo, la teoría moderna de la inversión hace uso de distribuciones de probabilidad para estimar el rendimiento futuro de los activos financieros y el riesgo asociado. La teoría del portafolio considera que en las decisiones de inversión sólo se tienen en cuenta el rendimiento esperado y el riesgo. El primer momento de la distribución del rendimiento es usado como estimación del rendimiento esperado, y la varianza (o la desviación estándar) del rendimiento es empleada como medida del riesgo. En el área financiera, la desviación estándar es conocida como la volatilidad (Medina, 2003).

De acuerdo con Markowitz, el proceso de selección de un portafolio consta de dos etapas. La primera comienza con la observación y la experiencia, y termina con las expectativas del comportamiento futuro de los valores. La segunda etapa comienza con las expectativas y finaliza con la selección del portafolio (García Gómez, 2012).

En este sentido un inversionista racional intentará maximizar su rentabilidad y minimizar el riesgo asociado al portafolio, por lo que para obtener el conjunto eficiente de portafolios, se pueden clasificar todos los portafolios factibles de acuerdo con su respectivo riesgo, y a su vez identificar los portafolios que tengan el mayor rendimiento esperado para cada nivel de riesgo, a su representación gráfica se le conoce como “frontera eficiente de Markowitz”, la cual se obtiene al resolver el siguiente problema (Banda, González y Gómez, 2014):

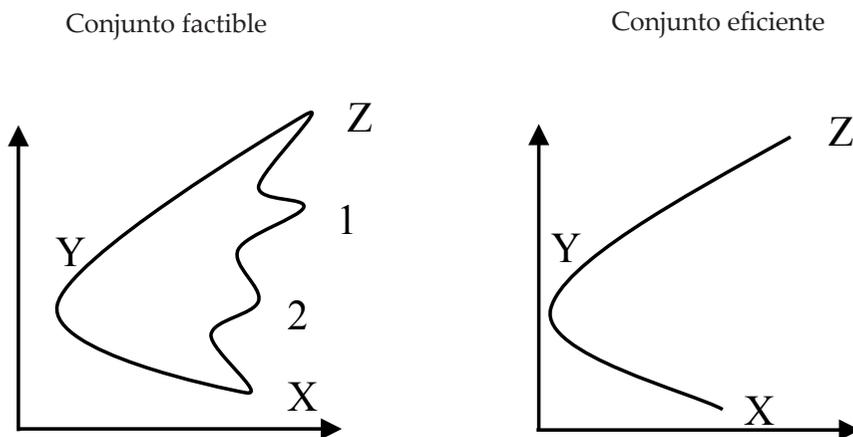
$$\begin{aligned} & \text{Minimizar } \sigma^2 = w' \Sigma w \\ & \text{s.a. } \bar{r}_p = w' \\ & w' l_n = 1 \end{aligned} \tag{1}$$

donde:

- $l_n$  : es un vector cuyos  $N$  elementos son todos unos,
- $r_p$  : nivel particular de rendimiento requerido del portafolio.

La representación gráfica de la frontera eficiente y del conjunto factible se muestra a continuación:

Gráfica 1  
Conjunto de portafolios factibles y frontera eficiente de Markowitz



Fuente: (Álvarez-García, Ortega-Oliveros, Sánchez-Ospina, y Herrera-Madird, 2004).

El portafolio con máximo y mínimo rendimientos esperados está representado por el punto  $Z$  y  $X$ , respectivamente; el portafolio de mínimo riesgo se ubica en el punto  $Y$ . El conjunto factible tiene forma de sombrilla, ya que entre los activos  $Z$  y  $1$ , por ejemplo, pueden constituir todos los portafolios comprendidos entre la curva que une al punto  $Z$  con  $1$  (Álvarez García, Ortega-Oliveros, Sánchez-Ospina y Herrera-Madird, 2004).

En el caso de un portafolio constituido por dos activos, la mayor o menor convexidad de la frontera eficiente dependerá de la correlación, o covarianza existente entre el rendimiento de los activos que integran el portafolio. En el caso de que la correlación entre el rendimiento de los dos activos sea perfecta, sus combinaciones darán lugar a una línea recta.

Un solo activo o portafolio de activos es considerado eficiente si no existe otro activo o portafolio de activos que ofrezca un retorno esperado mayor con el mismo (o menor) riesgo, o más bajo riesgo con el mismo (o mayor) retorno esperado (Plan, 2000). En resumen, en el modelo de preferencias de Markowitz, los inversionistas se centran en el rendimiento esperado y en el riesgo de la inversión, Si la función de utilidad en términos del rendimiento es cuadrática o el rendimiento se distribuye normalmente, este modelo de preferencias propuesto por Markowitz es adecuado.

Como se menciona en Fabozzi *et al* (2012), existe un problema estadístico con la varianza de un portafolio como medida de riesgo debido a que los resultados que se encuentren por encima del rendimiento esperado del portafolio se consideran tan riesgosos como los que se encuentran por debajo de él, por tratarse de una medida de dispersión, lo cual nos sugiere que para optimizar un portafolio de inversión es conveniente introducir medidas de riesgo alternativas al modelo clásico de Markowitz, las cuales se plantean en la siguiente sección.

### 3. Medidas alternativas de riesgo

El modelo de Markowitz también conocido como modelo de media-varianza es una teoría la cual se sustenta en una serie de supuestos tales como aversión al riesgo, conducta racional del inversionista, mercado de capitales perfectos, entre otros. De manera general, el criterio de media-varianza basa la selección de oportunidades de inversión en la rentabilidad esperada (media) y en el riesgo de la inversión (varianza).

Por otro lado, este modelo es válido si: los rendimientos siguen una distribución normal multivariada, o bien si el inversionista es adverso al riesgo en el sentido de que prefiere menos desviación estándar del portafolio a más (Venegas y Rodríguez, 2009). Adicionalmente este modelo es ampliamente reconocido como el punto de partida de la teoría moderna de portafolios. De hecho, muchas teorías importantes en economía financiera se basan en este modelo.

Sin embargo, el modelo de Markowitz no fue utilizado extensamente por los profesionales como una herramienta para optimizar un portafolio a gran escala, debido a los problemas que suceden en la práctica al trabajar con cientos de variables (Konno y Yamazaki, 1991). Algunos motivos por los cuales se buscan alternativas de riesgo para el problema de optimización de portafolios de inversión mediante el enfoque de media-varianza se enuncian a continuación:

1. Carga computacional. Para construir el modelo, es necesario calcular  $n(n+1)/2$  constantes a través de datos históricos o mediante alguna proyección futura. Además, que resolver un problema de programación cuadrático denso es muy difícil si  $n$  es demasiado grande.
2. Percepción de los inversionistas ante el riesgo y la distribución de los precios de las acciones. La captación que tienen los inversionistas ante

el riesgo no es simétrica entorno a la media, esto quiere decir que no están conformes con tener ganancias pequeñas o negativas. En la actualidad, algunos estudios han revelado que la mayoría de los rendimientos no se distribuyen de manera normal, ni simétricamente.

3. Costo de transacción. Una solución óptima de un problema de optimización cuadrático a gran escala, generalmente tiene muchos elementos distintos de cero. Esto significa que un inversionista tiene que comprar muchas acciones diferentes, la mayoría de las cuales por una fracción del uno por ciento del fondo total. Esto es muy inconveniente en la práctica, ya que tenemos que pagar una gran cantidad de costos de transacción para comprar muchas acciones diferentes por una pequeña cantidad (Nantell y Price, 1979).

Por las razones que se expresan anteriormente ha sido necesario la implementación de medidas alternativas de riesgo, manejables analíticamente: desviación media absoluta y semivarianza.

### 3.1. Desviación media absoluta (DMA)

Komo y Yamazaki (1991) introdujeron la desviación media absoluta como medida de riesgo de un portafolio de inversión. La gran ventaja de este modelo es que resuelve la mayoría de las dificultades asociadas con el modelo clásico de Markowitz, minimizando el problema computacional asociado a problemas cuadráticos de gran envergadura.

Para resolver la dificultad anterior, los autores desarrollaron un método lineal de optimización de portafolios con base en funciones lineales de riesgo. Fue así como introdujeron en su modelo, el riesgo del portafolio como la desviación absoluta de la tasa de retorno de los activos en lugar de su varianza. Mediante esta transformación, el problema de optimización queda formulado como un problema de programación lineal (Hincapié, 2011).

Formalmente, la ecuación que describe la desviación media absoluta es:

$$AD(r_p) = E[|r_p - E[r_p]|] = E\left[\left|\sum_{i=1}^N w_i r_i - \sum_{i=1}^N w_i \mu_i\right|\right] \quad (2)$$

Donde  $r_i$  son los rendimientos esperados de los  $N$  activos del portafolio,  $\mu_i$  son sus valores medios y  $r_p$  es el rendimiento esperado del portafolio.

Se puede mostrar que, si los rendimientos individuales de los activos tienen distribución normal multivariada, la desviación media absoluta es un múltiplo de la desviación estándar del portafolio ( $\sigma_p$ ) (Pachamanova, 2010).

Teorema. Si  $(r_1, \dots, r_n)$  tienen una distribución normal multivariada, entonces:

$$AD(r_p) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \cdot \sigma_p \quad (3)$$

Este teorema implica que minimizar la desviación media absoluta, es equivalente a minimizar la varianza del portafolio, siempre que  $(r_1, \dots, r_n)$  sigan una distribución normal multivariada. Por lo que se plantea un problema alternativo, con esta medida de riesgo:

$$\begin{aligned} \underset{w}{\text{minimizar}} &= E \left[ \left| \sum_{i=1}^N w_i r_i - \sum_{i=1}^N w_i \mu_i \right| \right] \\ \text{s.a.} \quad &w' \mu = r_{\text{objetivo}} \\ &w' = 1. \end{aligned} \quad (4)$$

A continuación, se enumeran algunas ventajas de usar la DMA como medida de riesgo:

- El cálculo de la desviación absoluta óptima del portafolio se simplifica sustancialmente debido a que el problema de optimización resultante es lineal, y por ende puede ser resuelto mediante algoritmos de programación lineal estándar.
- No es necesario calcular la matriz de covarianza para llevar a cabo el modelo. Además, es un modelo fácil de actualizar, cuando se agregan nuevos datos.
- La resolución de un problema lineal es mucho más sencilla que resolver un problema cuadrático. Es necesario aclarar que el número de restricciones permanece constante, por lo que es posible resolver un problema con más de mil activos en tiempo real.

### 3.2. Semivarianza (SV)

En la actualidad la mayoría de las investigaciones que se realizan acerca de portafolios de inversión, se basan en elegir aquellos portafolios eficientes, en el sentido

en que estos portafolios no sean dominados por otros, en términos de las características del rendimiento esperado. La medida de riesgo más utilizada para un portafolio de inversión es la varianza, propuesta por Markowitz. Aunque la varianza cuenta con la atención de la mayoría de los investigadores, otra medida alternativa es la semivarianza, la cual también fue estudiada por (Quirk y Saposnik, 1962) (Jin, Markowitz y Yu Zhou, 2006) (Estrada, (2015), entre otros. La semivarianza como medida de riesgo se deriva del mismo marco teórico que la varianza, sin embargo, requiere una función de utilidad ligeramente diferente (Nantell y Price, 1979).

Considerar una medida como la varianza para la medición de la incertidumbre implica que las variaciones positivas y las negativas se toman en cuenta para calcular dicha incertidumbre (De Jesús Uribe, Martínez-Damián y Ramírez-Valverde, 2009), por lo que una variación positiva no afectaría de forma perjudicial el ingreso del inversionista, sin embargo, no sucede lo mismo con variaciones negativas. Es por ello que una solución a este problema sería trabajar con una medida de riesgo, que considere sólo el rendimiento por debajo del promedio o por debajo del objetivo, como es el caso de la semivarianza.

En particular, la varianza de cualquier distribución de rendimientos puede separarse en dos componentes: una semivarianza negativa, que mide la variación por debajo de la media, y una semivarianza positiva, que mide la variación por encima de la media. Como a los agentes solo les preocupa el riesgo de un rendimiento inferior a la media, por ello deberán emplear la semivarianza negativa cuando surja alguna duda sobre la simetría de la distribución de rendimiento (Lewis, 1990).

La semivarianza de los rendimientos de un portafolio  $p$  debajo de algún punto  $h$ , se define como:

$$sv_h(r_p) = \int_{-\infty}^h (r-h)^2 f_p(r) dr \quad (5)$$

donde  $f_p(r)$  representa la función de densidad de los rendimientos para el portafolio  $p$ .

Autores como Swalm (1966) y Mao (1970) proporcionan evidencia de que la semivarianza como medida de riesgo de un portafolio de inversión es más consistente con el riesgo que la varianza, según administradores financieros. La semivarianza tiene como ventaja, capturar la noción intuitiva de riesgo como una falla en alcanzar algún objetivo mínimo. A diferencia de la varianza,

sólo está influenciada por rendimientos por debajo de la tasa objetivo en este caso, la tasa libre de riesgo.

Hogan y Warren (1974) hicieron uso de la teoría de portafolios de inversión con el enfoque de media-semivarianza para derivar un modelo de fijación de precios de activos, de manera similar a como lo hiciera W. Sharpe para la teoría de portafolios con el enfoque de media-varianza. En particular, ellos asumieron que:

1. Los inversionistas son maximizadores de utilidad esperada en un solo periodo,
2. Los inversionistas tienen expectativas homogéneas en cuanto a los rendimientos de los activos disponibles,
3. Los inversionistas pueden tomar prestado y prestar a una tasa libre de riesgo determinada exógenamente  $R_f$ , y
4. Los inversionistas son aversos al riesgo para todos los rendimientos inferiores a  $R_f$  y son neutrales al riesgo para todos los rendimientos superiores a  $R_f$ .

Dados estos supuestos, Hogan y Warren utilizaron la condición de equilibrio que la línea del mercado de capitales, debe ser tangente al lugar geométrico de los puntos que representan las medias y semivarianzas de varias combinaciones del portafolio de mercado y cualquier activo  $i$ .

A partir de esta condición de equilibrio obtenemos la expresión del modelo de semivarianza:

$$SV(R(x)) = \sum^n x_i CSV(R(x), R_i) \quad (6)$$

donde  $SV$  es la semivarianza del portafolio  $R(x)$ , y  $CSV$  es la cosemivarianza del portafolio definida por:

$$CSV(R(x), R_i) = \int \int_f^R (R_m - R_f) (R_i - R_f) f(R_i, R_m) dR_m dR_i \quad (7)$$

donde  $R_f$  es la tasa libre de riesgo,  $R_m$  es el rendimiento del portafolio de mercado,  $R_i$  es el rendimiento del activo  $i$  y  $f(R_i, R_m)$  es una función de densidad (Nantell y Price, 1979).

mientras el inversionista anticipe una rentabilidad del portafolio eficiente  $R_m$  superior a la tasa libre de riesgo  $R_f$ , el rendimiento de un activo en particular es una cuestión de completa indiferencia para el inversionista. Esto

se mantiene sin importar qué tan alto o qué tan bajo este  $R_i$  relativo a  $R_f$ . Estas combinaciones posibles de  $R_i$  y  $R_m$  son irrelevantes en términos de medir el riesgo de los activos, incluso si  $R_i$  está significativamente por debajo del  $R_f$ .

Es así que la optimización de portafolios mediante el modelo de Markowitz con el enfoque de media-varianza, se considera inestable para un número grande de activos debido a la dificultad computacional para calcular una matriz de covarianza completa, como a las complicaciones asociadas con la implementación de la solución. Por ello se han introducido a la teoría medidas alternativas de riesgo que reducen un problema cuadrático a un problema lineal.

#### 4. Aplicación y análisis de resultados

En esta sección se muestra la optimización de los portafolios de inversión con las diferentes medidas de riesgo: varianza, desviación media absoluta, semivarianza y el portafolio óptimo de Sharpe, el cual expresará la rentabilidad obtenida en el portafolio, por cada unidad libre de riesgo soportado por él.

Una vez obtenidos los resultados se seleccionará un portafolio óptimo por cada medida de riesgo, para realizar un comparativo y de esta manera saber cuál es la medida de riesgo alternativa que muestra los mejores resultados al resolver el problema de minimización de riesgo de un agente económico que invierte en el mercado de valores. El criterio que se empleará para realizar dicha comparación será el de la rentabilidad esperada de cada portafolio. Se verificará la funcionalidad de los portafolios que fueron seleccionados con las distintas medidas alternativas de riesgo, para esto se contempla un escenario que comprende el plazo del 29 de diciembre de 2017 al 2 de abril de 2018.

##### 4.1. Descripción y análisis estadístico de las emisoras de S&P/BMV IPC

La muestra del (S&P/BMV IPC) está conformada por 35 empresas de la lista de 75 compañías que cotizan en la bolsa, las cuales podrían variar en función de los criterios de selección y/o movimientos corporativos con vigencia de un año. El más reciente cambio en la metodología del (S&P/BMV IPC), se dio a conocer el 17 de mayo de 2017, y tales cambios fueron efectivos el lunes 18 de septiembre de 2017. En la siguiente tabla, se muestra el listado de las 35 emisoras que cotizan en este índice, con datos de 2015 y sus respectivos códigos:

Tabla 1  
Listado de emisoras del índice de precios y cotizaciones

	Clave de la emisora	Razón Social
1	AC	Arca Continental, S.A.B. de C.V.
2	ALFA	Alfa, S.A.B. de C.V.
3	ALPEK	Alpek, S.A.B. de C.V.
4	ALSEA	Alsea, S.A.B. de C.V.
5	AMX	America Movil, S.A.B. de C.V.
6	ASUR	Grupo Aeroportuario del Sureste, S.A.B. de C.V.
7	BIMBO	Grupo Bimbo, S.A.B. de C.V.
8	BOLSA	Bolsa Mexicana de Valores, S.A.B. de C.V.
9	CEMEX	Cemex, S.A.B. de C.V.
10	CHDRAUI	Grupo Comercial Chedraui, S.A.B. de C.V.
11	COMERCI	Controladora Comercial Mexicana, S.A.B. de C.V.
12	ELEKTRA	Grupo Elektra, S.A.B. de C.V.
13	FEMSA	Fomento Económico Mexicano, S.A.B. de C.V.
14	GAP	Grupo Aeroportuario Del Pacifico, S.A.B. de C.V.
15	GENTERA	Compartamos, S.A.B. de C.V.
16	GFINBUR	Grupo Financiero Inbursa, S.A.B. de C.V.
17	GFNORTE	Grupo Financiero Banorte, S.A.B. de C.V.
18	GFREGIO	Banregio Grupo Financiero, S.A.B. de C.V.
19	GMEXICO	Grupo México, S.A.B. de C.V.
20	GRUMA	Gruma, S.A.B. de C.V.
21	GSANBOR	Grupo Sanborns, S.A.B. de C.V.
22	ICA	Empresas Ica, S.A.B. de C.V.
23	ICH	Industrias Ch, S.A.B. de C.V.
24	IENOVA	Infraestructura Energetica Nova, S.A.B. de C.V.
25	KIMBER	Kimberly-Clark de México S.A.B. de C.V.
26	KOF	Coca-Cola Femsa, S.A.B. de C.V.
27	LAB	Genomma Lab Internacional, S.A.B. de C.V.
28	LIVEPOL	El Puerto de Liverpool, S.A.B. de C.V.
29	MEXCHEM	Mexichem, S.A.B. de C.V.
30	OHLMEX	Ohl Mexico, S.A.B. de C.V.
31	PE&OLES	Industrias Peñoles, S. A.B. de C. V.
32	PINFRA	Promotora y Operadora de Infraestructura, S.A.B. de C.V.
33	SANMEX	Grupo Financiero Santander México, S.A.B. de C.V.
34	TLEVISA	Grupo Televisa, S.A.B.
35	WALMEX	Wal-Mart de México, S.A.B. de C.V.

Fuente: elaboración propia con datos de Bolsa Mexicana de Valores con datos de 2015.

La metodología para la selección de las emisoras que conformarán el portafolio de inversión es la siguiente:

1. Se toma una muestra histórica de los precios ajustados de las 35 emisoras que cotizaban en el IPC durante el periodo: 01 de enero de 2015 al 29 de diciembre de 2017.
2. Se calculan los rendimientos diarios de los precios de las emisoras.
3. Se obtiene la volatilidad diaria y la volatilidad anualizada de cada activo, con el fin de poder ordenar de manera descendente la volatilidad de cada emisora.
4. Una vez organizadas las emisoras de acuerdo a su volatilidad anualizada, se dividen en 4 grupos. Se eligen acciones de cada grupo, por lo que bajo ese criterio de volatilidad anualizada se tiene un portafolio equilibrado entre un perfil de riesgo agresivo y uno conservador. De ese modo la muestra para formar el portafolio de inversión, contiene 12 emisoras que cotizan en el IPC. Los resultados de esta selección se muestran en la tabla 2:

Tabla 2

Selección de emisoras para la conformación del portafolio de inversión

Selección de emisoras			
AC.MX	GFINBURO.MX	GAPB.MX	PE&OLES.MX
ALFAA.MX	PINFRA.MX	OHLMEX.MX	GMEXICOB.M
GSANBORB-1.MX	ELEKTRA.MX	ALPEKA.MX	KOFL.MX

Fuente: elaboración propia.

A continuación, se presenta una descripción de una de estas emisoras:

Tabla 3  
Descripción de emisoras

Emisora	Fecha de listado	Actividad económica	Sector
Arca Continental, S. A. B. de C. V.	13-dic-01	Empresa controladora, cuyas principales subsidiarias se dedican a la producción y comercialización de bebidas carbonatadas, no carbonatadas y botanas.	Industrial
Industrias Peñoles, S. A. B. DE C. V.	05-sep-61	Controladora de empresas dedicadas a la explotación minera, fundición, refinación, manufactura de metales no ferrosos y fabricación de productos químicos y refractarios.	Materiales
Grupo Elektra, S. A. B. de C. V.	10-dic-91	Compañía de servicios financieros y de comercio especializado enfocada a la base de la pirámide socioeconómica.	Servicios y bienes de consumo no básico
OHL México, S. A. B. de C. V.	11-nov-10	Diseñar, explotar y construir proyectos carreteros.	Industrial
Grupo Financiero Inbursa, S. A. B. de C. V.	22-feb-93	Controladora pura de acciones de empresas que prestan servicios financieros.	Servicios financieros
Alfa, S. A. B. de C. V.	15-ago-78	Controladora de empresas industriales en áreas diversificadas.	Industrial
Grupo México, S. A. B. de C. V.	12-oct-00	Promover, constituir, organizar, explotar, adquirir y tomar participación en el capital social o patrimonio de todo género de sociedades mercantiles o civiles, asociaciones o empresas.	Materiales
Alpek, S. A. B. de C. V.	26-abr-12	Controladora de empresas dedicadas a las industrias petroquímicas, plásticas y fibras sintéticas.	Materiales
Grupo Aeroportuario del Pacífico, S. A. B. de C. V.	24-feb-06	Prestación de servicios aeroportuarios a través de los doce aeropuertos que opera la compañía en la región del pacífico.	Industrial
Promotora y Operadora de Infraestructura, S. A. B. de C. V.	22-sep-93	Controladora de empresas dedicadas al diseño, planeación y construcción de todo género de obras públicas y privadas.	Industrial
Grupo Sanborns, S. A. B. DE C. V.	21-abr-99	Controladora de empresas dedicadas a la operación de tiendas departamentales y restaurantes, fabricación chocolates y artículos de tocador, arrendamiento y administración de centros comerciales.	Industrial
Coca-Cola FEMSA, S. A. B. de C. V.	14-sep-93	Tenedora de acciones de las compañías operadoras de la división de bebidas no alcohólicas de grupo FEMSA.	Productos de consumo frecuente

Fuente: elaboración propia con datos de Grupo GBM.

En la tabla 4 se presentan algunas medidas estadísticas que se calcularon, de las 12 emisoras que fueron seleccionadas para crear nuestro portafolio de inversión, a fin de tener conocer cuál ha sido el comportamiento de cada una de estas emisoras en nuestro periodo de estudio.

Tabla 4  
 Análisis estadístico de la selección de emisoras

	AC	ALFAA	ALPEKA	ELEKTRA	GAPB	GFINBURO	
Rendimiento anual	0.13094	-0.20752	0.00392	0.52047	0.11813	-0.02071	
Volatilidad	0.89611	0.01766	0.01661	0.02525	0.01511	0.01846	
Volatilidad anual	0.2516	0.2792	0.2626	0.3993	0.2389	0.2919	
Covarianza	-0.00009	0.00005	0.00003	0.00003	0.00005	0.00007	
Beta	-1.44996	0.86697	0.55464	0.41104	0.86670	1.10788	
	GMEXICOB	PE&OLES	IENOVA	KOFL	OHELMEX	PINFRA	IPC
Rendimiento anual	0.15493	0.35141	-0.1204	0.0988	0.05759	0.02429	
Volatilidad	0.01721	0.02522	0.01400	0.01213	0.02608	0.01491	
Volatilidad anual	0.2721	0.3988	0.2214	0.19180	0.41235	0.23575	
Covarianza	0.00006	0.00005	0.00005	0.00005	0.00006	0.00005	
Varianza (mdo.)							0.00006
Beta	1.00431	0.86535	0.86535	0.74676	0.97902	0.86535	

Fuente: elaboración propia.

#### 4.2. Cálculo de los portafolios óptimos

Una vez que se ha obtenido el listado de las emisoras que conformarán el portafolio de inversión, el paso siguiente es calcular las ponderaciones óptimas para cada portafolio con las diferentes medidas de riesgo propuestas.

Para la generación de los portafolios que formarán parte de la frontera eficiente, se debe elegir el rendimiento requerido por el agente-inversionista, de esa elección depende la ponderación de los portafolios y el peso de cada activo. Para construir la frontera rendimiento-semivarianza, rendimiento-desviación media absoluta y rendimiento-varianza, el criterio ha sido entre

el rendimiento asociado al portafolio de varianza mínima (en este caso la varianza se reduce a su mínima expresión) y el rendimiento máximo del portafolio, en este caso se tiene una matriz formada en los renglones por la cantidad de activos y en las columnas el número de portafolios asociado. El número de portafolios en el programa que se diseñó en Matlab permite al usuario elegir el número de portafolios a generar dado ese criterio, por ejemplo, si se desea generar  $n = 100$  portafolios, el primer portafolio corresponde al rendimiento requerido del portafolio de varianza mínima.

Cada función objetivo da como resultado diferentes fronteras eficientes, de esta manera el agente elegirá la combinación de portafolios de acuerdo con el rango de los rendimientos disponibles. Ésta es una primera aproximación, ya que otro criterio es considerar la tasa libre de riesgo y el máximo del promedio de los rendimientos históricos de cada activo que compone el portafolio.

#### 4.2.1. Varianza

Para poder llevar a cabo la simulación del portafolio óptimo, se requieren los datos siguientes:

1. Precios históricos de las emisoras que fueron seleccionadas previamente, así mismo es importante calcular los rendimientos diarios, durante el periodo de análisis.
2. El rendimiento esperado anual ( $m$ ).
3. La volatilidad anualizada de cada emisora ( $s$ ).
4. El modelo clásico de Markowitz plantea para la solución del problema de minimización del riesgo, el uso de una matriz de varianza-covarianza, ( $\Sigma$ ) por ello es necesario minimizar la raíz cuadrada de la varianza del portafolio.

En este caso la función objetivo a minimizar es  $\sigma = \sqrt{w' \Sigma w}$ , sujeta a las restricciones que nos plantea el modelo: 1) la suma de todas las proporciones que se inviertan en cada emisora debe ser igual al 100% ( $w' = 1$ ) y 2) para cada portafolio que se obtenga se va a requerir un rendimiento establecido ( $w' m = r_{\text{objetivo}}$ ), es importante recordar que el problema no contempla costos de transacción, comisiones ni ventas en corto. La tabla 5 nos muestra la relación riesgo-rendimiento por cada emisora.

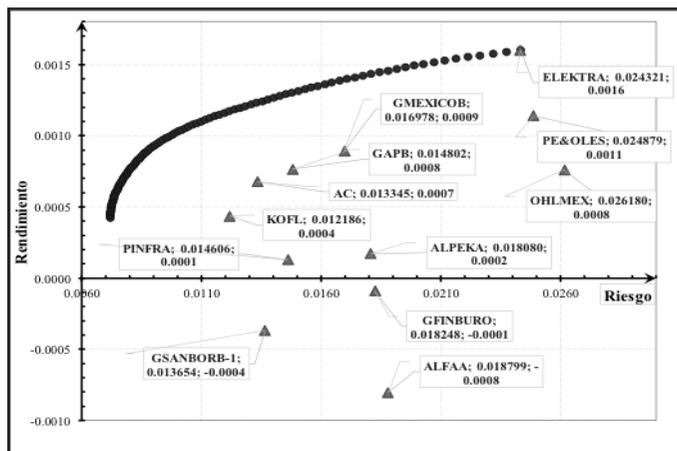
Tabla 5  
 Relación riesgo-rendimiento de cada emisora. Medida de riesgo: varianza

Emisora	Sigma	R
KOFL	0.012186	0.0004
GSANBORB-1	0.013654	-0.0004
PINFRA	0.014606	0.0001
GAPB	0.014802	0.0008
ALPEKA	0.018080	0.0002
GMEXICOB	0.016978	0.0009
ALFAA	0.018799	-0.0008
GFINBURO	0.018248	-0.0001
ELEKTRA	0.024321	0.0016
OHLMEX	0.026180	0.0008
PE&OLES	0.024879	0.0011
AC	0.013345	0.0007

Fuente: elaboración propia.

Se generaron 100 portafolios de inversión óptimos para generar la frontera eficiente y las correspondientes posiciones (rendimiento, riesgo (volatilidad)) por cada emisora, la gráfica 2 muestra los resultados:

Gráfica 2  
 Frontera eficiente media-varianza. Medida de riesgo: varianza



Fuente: elaboración propia.

Se observa que la emisora que ofrece el mayor rendimiento esperado es ELEKTRA, sin embargo, el riesgo asociado a invertir todo el capital en esta emisora es alto, aunque no es el máximo, en este caso OHLMEX es la emisora a la que está asociado el mayor riesgo, sin embargo, no existe alguna otra combinación que nos ofrezca el mismo rendimiento que ELEKTRA. Por lo tanto, el máximo rendimiento que se podría esperar obtener al invertir todo el capital es de 16%, y no existe ninguna otra combinación en la que se pueda generar este rendimiento.

Todos aquellos portafolios que se encuentren por arriba del portafolio de mínima varianza son eficientes y el inversionista podrá tomar la decisión de invertir en cualquiera de ellos de acuerdo a sus preferencias y a su aversión al riesgo. Para obtener la rentabilidad del portafolio y realizar el comparativo de las diferentes medidas de riesgo se eligió un portafolio óptimo entre los 100 portafolios que se simularon. El criterio en base al cual se seleccionó cada portafolio fue aquel que tuviera un comportamiento semejante al del IPyC en cuanto a riesgo, este mismo portafolio es el que se utilizará para probarlo en los periodos antes mencionados, las ponderaciones del portafolio seleccionado se muestran en tabla 6.

Tabla 6  
Ponderaciones del portafolio óptimo. Medida de riesgo: varianza

Emisora	$\omega_i$
KOFL	0.2068
GSANBORB-1	0.1023
PINFRA	0.0389
GAPB	0.2305
ALFAA	0.1992
ELEKTRA	0.1601
AC	0.0622
Suma	1.0000

Fuente: elaboración propia.

#### 4.2.2. Desviación media absoluta

En el caso de la desviación media absoluta, el problema se plantea como:

$$\text{minimizar} = E \left[ \sum_{i=1}^N w_i r_i - \sum_{i=1}^N w_i - \mu_i \right]$$

s.a.  $w^1 \mu = r_{\text{objetivo}}$   
 $w^1 = 1$

Para poder implementar la simulación del portafolio óptimo, se requieren los datos siguientes:

1. Precios históricos de las emisoras que fueron seleccionadas previamente, así mismo es importante calcular los rendimientos diarios, durante el periodo de análisis.
2. El rendimiento esperado anual ( $\mu$ ).
3. Es necesario calcular la desviación media absoluta, ya que ésta se convertirá en la función objetivo a minimizar.
4. Debido a que la función objetivo de este modelo alternativo es una función lineal, los cálculos para encontrar el portafolio óptimo serán más sencillos y en este caso no será necesario realizar el cálculo de la matriz de varianza-covarianza.

La siguiente tabla muestra la relación riesgo-rendimiento por cada emisora.

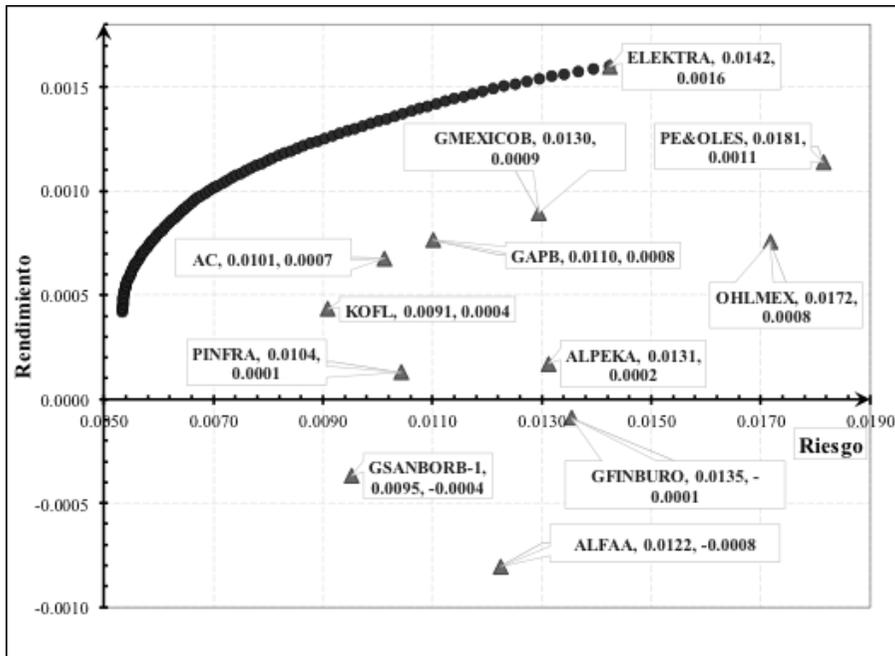
Tabla 7  
 Relación riesgo-rendimiento de cada emisora. Medida de riesgo: DMA

Emisora	DMA	R
KOFL	0.009094	0.0004
GSANBORB-1	0.009524	-0.0004
PINFRA	0.010428	0.0001
GAPB	0.011013	0.0008
ALPEKA	0.013119	0.0002
GMEXICOB	0.012950	0.0009
ALFAA	0.012248	-0.0008
GFINBURO	0.013541	-0.0001
ELEKTRA	0.014243	0.0016
OHLMEX	0.017174	0.0008
PE&OLES	0.018144	0.0011
AC	0.010126	0.0007

Fuente: elaboración propia.

El procedimiento para hallar el portafolio óptimo es similar al que se realizó con el modelo media-varianza y lo que se modificó fue la función objetivo. Al igual que en el caso anterior no se admiten costos de transacción, comisiones ni ventas en corto. La frontera eficiente y la relación riesgo-rendimiento bajo esta medida de riesgo se muestra en la gráfica 3.

Gráfica 3  
Frontera eficiente media-DMA. Medida de riesgo: DMA



Fuente: elaboración propia.

Si el inversionista está dispuesto a obtener un rendimiento alto, también tendrá que estar dispuesto a asumir un alto nivel de riesgo. Se observa que tomando como medida de riesgo la desviación media absoluta es posible que exista un portafolio óptimo alternativo al que se obtuvo mediante el modelo clásico de Markowitz de media-varianza y dependerá del agente escoger la combinación que sea acorde a su nivel de aversión al riesgo. Para este fin el portafolio que se eligió para realizar la comparación y probar el portafolio es:

Tabla 8  
 Ponderaciones del portafolio óptimo. Medida de riesgo: DMA

Emisora	$\omega_i$
KOFL	0.1612
GSANBORB-1	0.1000
PINFRA	0.0278
GAPB	0.3753
ALFAA	0.1810
ELEKTRA	0.1487
AC	0.0060
suma	1.0000

Fuente: elaboración propia.

De acuerdo con la tabla anterior el portafolio óptimo que se eligió es similar al portafolio de media-varianza, sin embargo, cuenta con proporciones diferentes para cada activo, esto puede deberse a que solo se consideran aquellos portafolios que tengan un comportamiento similar en cuanto a riesgo del IPC. Es importante resaltar que cada portafolio óptimo que se elige forma parte de la frontera eficiente para cada medida de riesgo.

#### 4.2.3. Semivarianza

El problema a resolver con esta medida de riesgo es:

$$\begin{aligned} \underset{w}{\text{minimizar}} &= \left( \sum_{i=1}^N w_i \bar{r}_i - \sum_{i=1}^N w_i \mu_i \right)^2 \\ \text{s.a.} \quad & w' \mu = r_{\text{objetivo}} \\ & w' = 1 \end{aligned}$$

Para poder implementar la simulación del portafolio óptimo, necesitamos los datos siguientes:

1. Precios históricos de las emisoras que fueron seleccionadas previamente, así mismo es importante calcular los rendimientos diarios, durante el periodo de análisis.
2. El rendimiento esperado anual ( $\mu$ ).
3. La semivarianza es el promedio de las desviaciones al cuadrado de la media de todos los valores que están por debajo de la media.

La tabla 9 nos muestra la relación riesgo-rendimiento por cada emisora.

Tabla 9  
Relación riesgo-rendimiento de cada emisora. Medida de riesgo: semivarianza

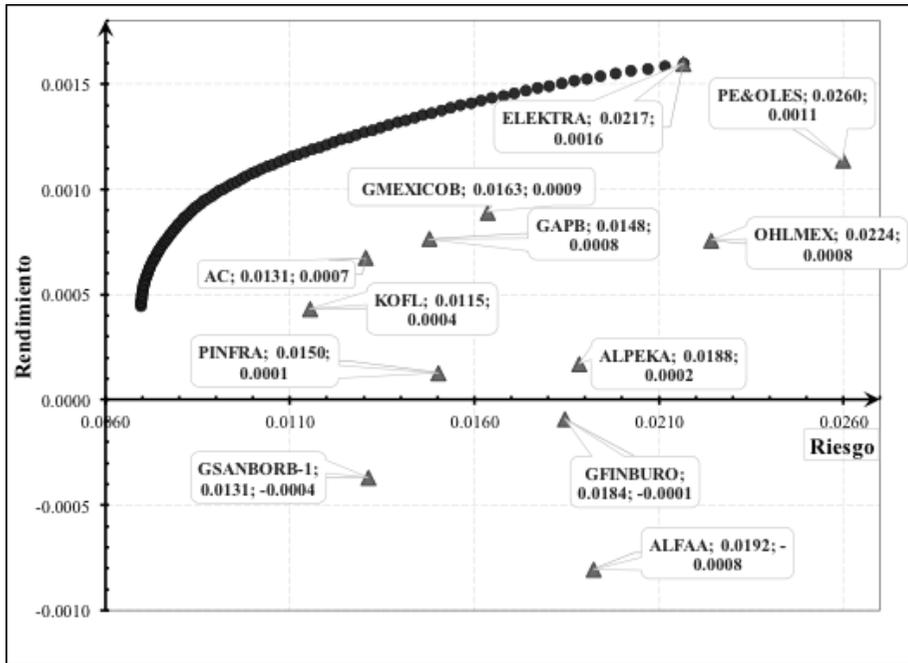
Emisora	SV	R
KOFL	0.011524	0.000434
GSANBORB-1	0.013111	-0.000369
PINFRA	0.015008	0.000129
GAPB	0.014771	0.000765
ALPEKA	0.018839	0.000170
GMEXICOB	0.016346	0.000893
ALFAA	0.019229	-0.000805
GFINBURO	0.018440	-0.000090
ELEKTRA	0.021656	0.001599
OHLMEX	0.022419	0.000759
PE&OLES	0.025977	0.001138
AC	0.013053	0.000676

Fuente: elaboración propia.

La frontera eficiente bajo esta medida de riesgo se muestra en la gráfica 4.

Gráfica 4

Frontera eficiente media-semivarianza. Medida de riesgo: semivarianza



Fuente: elaboración propia.

En este caso la frontera eficiente media-semivarianza muestra todos los portafolios óptimos en los cuales el inversionista puede invertir dado un riesgo asociado a un nivel de rendimiento dado. De nuevo se generan 100 portafolios óptimos bajo ese criterio, el portafolio de semivarianza que se eligió para realizar la comparación y probarlo; como se muestra en la tabla 10.

En la tabla 10, se observa que el portafolio óptimo que se eligió incluye dos emisoras que no contemplaban los portafolios de media-varianza y de desviación media absoluta. El criterio de selección fue el mismo que el de los dos anteriores, se seleccionó el portafolio que tuviera un comportamiento de riesgo similar al del IPyC.

Tabla 10  
Ponderaciones del portafolio óptimo. Medida de riesgo: semivarianza

Emisora	$\omega_i$
KOFL	0.20
GSANBORB-1	0.05
PINFRA	0.05
GAPB	0.16
ALFAA	0.15
GFINBURO	0.02
ELEKTRA	0.12
PE&OLES	0.05
AC	0.20
suma	1.00

Fuente: elaboración propia.

#### 4.2.4. Portafolio de Sharpe

El modelo de Sharpe considera la prima de rendimiento, la cual es la diferencia entre el rendimiento promedio del portafolio, la tasa libre de riesgo y la volatilidad del portafolio, (desviación estándar del portafolio). La volatilidad del portafolio puede marcar la diferencia cuando se conforman los portafolios de inversión, suponga que el inversionista está interesado en portafolios poco riesgosos, entonces puede combinar aquellos activos con correlaciones negativas, para obtener un elevado índice de Sharpe. Según (Fabozzi, 2016) el planteamiento para generar el portafolio óptimo con la relación máxima de Sharpe es:

$$\max \frac{\mu' \omega - r_f}{\sqrt{\omega' \Sigma \omega}}$$

$$s.a. \quad \omega' = 1$$

donde  $r_f$  es la tasa libre de riesgo. El problema también se puede representar como:

$$\max \frac{(\mu - r_f)' \omega}{\sqrt{\omega' \Sigma \omega}}$$

*s.a.*  $\omega' = 1$

Por lo que el portafolio con la máxima relación de Sharpe, tabla 11, es aquel portafolio en la frontera eficiente que tiene la pendiente máxima cuando se conecta con la tasa libre de riesgo. Toda máxima relación de Sharpe negativa indica un rendimiento del portafolio inferior al de la rentabilidad del activo sin riesgo. Toda máxima relación de Sharpe inferior a uno indica una situación en la cual el rendimiento del activo es inferior al riesgo del mismo. Cuanto más alta sea la máxima relación de Sharpe mejor (Gomero Gonzales, 2014).

Tabla 11  
 Ponderaciones del portafolio óptimo de Sharpe

Emisora	$\omega_i$
GSANBORB-1	0.00001
GAPB	0.99999

Fuente: elaboración propia.

La tabla 12 muestra la información concentrada del rendimiento ponderado de cada medida de riesgo y del portafolio de Sharpe.

Tabla 12  
 Rentabilidad ponderada de las medidas de riesgo

Medida de riesgo	Rentabilidad ponderada
Varianza	0.0371%
DMA	0.0420%
Semivarianza	0.0451%
Portafolio de Sharpe	0.0765%

Fuente: elaboración propia.

### 4.3. Cálculo de la rentabilidad de los portafolios

A continuación, se mostrarán los resultados de la valuación y medición de la rentabilidad de los portafolios óptimos elegidos de cada medida de riesgo, se considera una inversión de \$3 000 000.00. El portafolio de media varianza se integró de siete activos, resultando con una minusvalía de -\$266 660.42, que equivale a un rendimiento anualizado de 94 días de -34.8% como se observa en la siguiente tabla:

Tabla 13  
Valuación del portafolio media-varianza

Portafolio M-V	$w_i$	Capital	Número acciones compradas	Valuación a dic-29		Valuación a abril-02		Mínun/ plus
KOFL	20.68	620 288.93	4.592	135.06	620 195.52	116.61	535 473.12	- 84 722.40
GSANBORB-1	10.23	307 009.17	15.663	19.60	306 994.80	20.39	319 368.57	12 373.77
PINFRA	3.89	116 724.52	.599	194.64	116 589.36	180.05	107 849.95	- 8 739.41
GAPB	23.05	691 449.96	3.421	202.09	691 349.89	181.00	619 201.00	- 72 148.89
ALFAA	19.92	597 556.99	27.677	21.59	597 546.43	22.70	628 267.90	30 721.47
ELEKTRA	16.01	480 396.02	.690	695.84	480 129.60	510.12	351 982.80	- 128 146.80
AC	6.22	186 574.41	1.396	133.56	186 449.76	122.10	170 451.60	- 15 998.16
suma	100.00	3 000 000.00			2 999 255.36		2 732 594.94	- 266 660.42

Fuente: elaboración propia.

El portafolio con DMA se integró de siete activos, los mismos que formaron el portafolio de media-varianza, pero con diferentes proporciones, este portafolio obtuvo una minusvalía de -\$270 349.09, que equivale a un rendimiento anualizado de 94 días de -35.3% como se observa a continuación:

El portafolio de semivarianza se integró de nueve activos, logrando una minusvalía de -\$280 225.52, que equivale a un rendimiento anualizado de 94 días de -36.6%:

Tabla 14  
Valuación del portafolio con desviación media absoluta

Portafolio DMA	$w_i$	Capital	Número acciones compradas	Valuación a Dic-29		Valuación al Abr-02		Mínus/Plus
				Precio	Monto	Precio	Monto	
KOFL	16.12	483 554.37	3 580.00	135.06	483 514.80	116.61	417 463.80	-66 051.00
GSANBORB-1	10.00	299 933.46	15 302.00	19.60	299 919.20	20.39	312 007.78	12 088.58
PINFRA	2.78	83 476.97	428.00	194.64	83 305.92	180.05	77 061.40	-6 244.52
GAPB	37.53	1 125 865.94	5 571.00	202.09	1 125 843.39	181.00	100 8351.00	-117 492.39
ALFAA	18.10	543 082.52	25 154.00	21.59	543 074.86	22.70	570 995.80	27 920.94
ELEKTRA	14.87	446 211.93	641.00	695.84	446 033.44	510.12	326 986.92	-119 046.52
AC	0.60	17874.80	133.00	133.56	17 763.48	122.10	16 239.30	-1 524.18
<b>Suma</b>	<b>100.00</b>	<b>3 000 000.00</b>			<b>2 999 455.09</b>		<b>2 729 106.00</b>	<b>-270 349.09</b>

Fuente: elaboración propia.

Tabla 15  
Valuación del portafolio con Semivarianza.

Portafolio S-V	$w_i$	Capital	Número acciones compradas	Valuación a dic-29		Valuación al abr-02		Mínus/plus
				Precio	Monto	Precio	Monto	
KOFL	20.18	605 542.11	4 483.00	135.06	605 473.98	116.61	522 762.63	-82 711.35
GSANBORB-1	4.85	145 374.45	7 417.00	19.60	145 373.20	20.39	151 232.63	5 859.43
PINFRA	5.31	159 319.54	818.00	194.64	159 215.52	180.05	147 280.90	-11 934.62
GAPB	15.64	469 085.58	2 321.00	202.09	469 050.89	181.00	420 101.00	-48 949.89
ALFAA	15.29	458 769.57	21 249.00	21.59	458 765.91	22.70	482 352.30	23 586.39
GFINBURO	1.99	59 662.16	1 886.00	31.62	59 635.32	29.62	55 863.32	-3 772.00
ELEKTRA	11.98	359 458.11	516.00	695.84	359 053.44	510.12	263 221.92	-95 831.52
PE&OLES	4.52	135 506.15	330.00	409.65	135 184.50	3 66.09	120 809.70	-14 374.80
AC	20.24	607 282.34	4 546.00	133.56	607 163.76	122.10	555 066.60	-52 097.16
<b>suma</b>	<b>100.00</b>	<b>3 000 000.00</b>			<b>2 998 916.52</b>		<b>2 718 691.00</b>	<b>-280 225.52</b>

Fuente: elaboración propia.

Por último, el portafolio de Sharpe se integró de dos activos y obtuvo una minusvalía de -\$313 059.17, que equivale a un rendimiento anualizado de 94 días de -40.8% como se observa enseguida:

Tabla 16  
Valuación del portafolio con semivarianza

Portafolio sharpe	$w_i$	Capital	Núm. acciones compradas	Valuación a dic-29		Valuación al abr-02		Mínus/plus
				Precio	Monto	Precio	Monto	
GSANBORB-1	0.00	23.75	1.00	19.60	19.60	20.39	20.39	0.79
GAPB	100.00	2 999 976.25	14 844.00	202.09	2 999 823.96	181.00	2 686 764.00	-313 059.96
suma	100.00	3 000 000.00			2 999 843.56		2 686 784.39	-313 059.17

Fuente: elaboración propia.

de acuerdo con los resultados anteriores el portafolio con la menor minusvalía ha sido el formado con los activos dados mediante el enfoque de media-varianza, y el que obtuvo la mayor minusvalía fue el portafolio con el índice de Sharpe.

## 5. Conclusiones

El mundo financiero es una complicada combinación de fenómenos aleatorios y eventos impredecibles. La creciente participación de los agentes que en ellos operan y la complejidad en el mercado financiero moderno, hace patente el desarrollo de estrategias de inversión que satisfagan los requerimientos de administración de portafolios, estrategias de cobertura en posiciones anteposibles variaciones de precios, operaciones de arbitraje, entre otros. De manera general el propósito de un agente que participa en los mercados de valores es obtener un rendimiento dado un nivel de riesgo aceptado, el cual depende de la aversión que agente esté dispuesto a admitir.

En este trabajo, se aplicaron como medidas de riesgo alternativas, la desviación media absoluta y la semivarianza, debido a que tales medidas de riesgo reducían de manera significativa la carga computacional para resolver el problema de optimización. Por un lado, usar como medida de riesgo a la desviación media absoluta simplifica sustancialmente el problema de optimización ya que este problema puede resolverse mediante algoritmos de programación lineal estándar. Otra ventaja de estimar la desviación media absoluta del portafolio es que no es necesario estimar la matriz de covarianza de los activos. Asimismo, el usar

la semivarianza el riesgo se distribuye entre los activos que componen el portafolio de inversión.

Para poder realizar la comparación entre las diferentes medidas de riesgo, se generaron 100 portafolios de inversión, los cuales se mostraron en una gráfica con las fronteras eficientes para cada medida de riesgo, se tomó como portafolio óptimo aquel que su riesgo se igualara con el del IPyC.

La evidencia empírica obtenida muestra que la medida alternativa de riesgo con la que se obtuvo la mejor rentabilidad anual fue la semivarianza, con un rendimiento del 11.37%, seguido de la desviación media absoluta con un 10.58% y al final la media-varianza con un rendimiento de 9.35%. Estos resultados empíricos apoyan el hecho que dichas medidas de riesgo alternativas, al igual que la media-varianza logran optimizar un portafolio de inversión, dadas las preferencias de un inversionista ante el riesgo. Sin embargo, los resultados de la optimización deben complementarse con otro tipo de análisis como pueden ser análisis fundamental, comparación con portafolios estandarizados (benchmark) así como análisis técnico.

## Referencias

- Álvarez García, R. D.; G. A. Ortega Oliveros; A. M. Sánchez Ospina y M. Herrera Madrid (2004). Evolución de la teoría económica de las finanzas: Una breve revisión. *Semestre Económico*, 7(4), 105-127. Recuperado de <https://revistas.udem.edu.co/index.php/economico/article/download/1132/1101>.
- Banda Ortiz, H.; L. M. González García y D. Gómez Hernández (2014). Una aproximación de la teoría de portafolio a las siefores en México. *Pensamiento y Gestión*, 28-55.
- Bassetti A. y C. Torricelli (1991). Optimal portfolio selection as a bargaining game. En: Hämmäläinen R.P., Ehtamo H.K. (editores) *Dynamic Games in Economic Analysis. Lecture Notes in Control and Information Sciences*, Springer, Berlin, Heidelberg, vol. 157, pp. 249-259.

- De Jesús Uribe, L. M.; M. A. Martínez Damián y G. Ramírez Valverde (2009). Método de semivarianza y varianza para la selección de un portafolio óptimo. Colegio de Postgraduados Campus Montecillo, 103-113.
- Estrada, J. (2008). Mean-Semivariance Optimization: A Heuristic Approach (December 3, 2015). *Journal of Applied Finance* (Formerly Financial Practice and Education), 18(1), Available at SSRN: <https://ssrn.com/abstract=2698700>.
- Fabozzi, F. J. (2016). Robust Equity Portfolio Management. United States of America: Wiley.
- Fabozzi, F.; P. N. Kolm; D. Pachamanova y S. Focardi (2012). Robust Portfolio Optimization and Management. USA: John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, NJ.
- Black, F., y M. Scholes (1973). The Pricing of Options and Corporative Liabilities, *Journal of Political Economy*, 81(3), 637-654.
- García Gómez, E. A. (2012). Selección de portafolios eficientes de inversión a través de carteras colectivas. Tesis de Maestría. Medellín, Colombia.
- Gomero Gonzales, N. A. (2014). Portafolios de activos financieros. *Revista de la Facultad de Ciencias Contables*, 135-146.
- Hincapié Cifuentes, M. A. (2011) Diseño de una metodología de optimización para los indicadores de costo, duración y vida media de un portafolio de deuda. Master thesis, Universidad Nacional de Colombia, Sede Medellín. Recuperado de <http://bdigital.unal.edu.co/5280/1/200961482.2011.pdf>
- Hogan, W. W. y J. M. Warren (1974). Toward the development of an equilibrium capital market model based on semivariance. *Journal of Financial and Quantitative analysis*, 1-11.
- Jin, H., Markowitz, H. y X. Yu Zhou (2006). A note on semivariance. *Mathematical Finance*, 16, 53-61. doi:10.1111/j.1467-9965.2006.00260.x.
- Konno, H. y Yamazaki, H. (1991). Mean-Absolute Deviation Portfolio Optimization Model and Its Applications to Tokyo Stock Market. *Management Science*, 37(5), 519-531. Retrieved from <http://www.jstor.org/stable/2632458>.
- Lewis, A. (1990). Semivariance and the Performance of Portfolios with Options. *Financial Analysts Journal*, 46(4), 67-76. Retrieved from <http://www.jstor.org/stable/4479350>.
- Mao, J. C. T. (1970). Survey of Capital Budgeting: Theory and Practice. *The Journal of Finance*, 25(2), 349-360. doi:10.2307/2325481.
- Markowitz, H. (1952). Portfolio Selection. *The Journal of Finance*, 7(1), 77-91. doi:10.2307/2975974.
- Medina, L. Á. (2003). Aplicación de la teoría del portafolio en el mercado accionario colombiano. *Cuadernos de economía*, 129-168.

- Merton, R. C. (1973a). Theory of Rational Option Pricing. *Bell Journal of Economics*, 4(1), 141-183. doi:10.2307/3003143.
- Merton, R. C. (1973b). An Intertemporal Capital Asset Pricing Model. *Econometrica*, 41(5), (Sep., 1973), 867-887. doi:10.2307/1913811.
- Nantell, T., y B. Price (1979). An Analytical Comparison of Variance and Semivariance Capital Market Theories. *The Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 14(2), 221-242. doi:10.2307/2330500.
- Pachamanova, D. &. (2010). Simulation and optimization in Finance. John Wiley & Sons.
- Plá, S. (2000). Modelos multicriterio para la selección de portafolios en la bolsa de Madrid. Alcoy.
- Quirk, P. James and R. Saposnik (1962). Admissibility and Measurable Utility Functions, *The Review of Economic Studies*, 29(2), 140-146. Retrieved from <http://www.jstor.org/stable/2295819>.
- Sharpe, W. (1963). A Simplified Model for Portfolio Analysis. *Management Science*, 277-293. Retrieved from <http://www.jstor.org/stable/2627407>
- Sharpe, W. (s.f.). Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium under Condition Risk. *The Journal of Finance*, 425-442.
- Swalm, R. O. Utility Theory-Insights into Risk Taking". *Harvard Business Review*, 12 (november-december 1966).
- Urbina, J. (2015). Estimación del riesgo en portafolios de inversión. Tesis de Maestría. México, Ciudad de México.
- Venegas-Martínez, F. y A. Rodríguez Nava (2009). Consistencia entre minimización de varianza y maximización de utilidad en la evaluación de derivados. *Contaduría y Administración*, 229, 9-30.

