

## **El ciclo de los negocios y los índices coincidentes. Aplicación de los filtros de Hodrick-Prescott y de Hamilton para México**

Luis Salvador Mondragón Sotelo\*

Carlos Eduardo Canfield Rivera\*\*

Jaime Humberto Beltrán Godoy\*\*\*

(Recibido: mayo, 2018/Aceptado: octubre, 2018)

### **Resumen**

El presente documento recopila diferentes métodos de construcción de un indicador de las etapas del ciclo de negocios para México. La importancia reviste en la oportunidad que brinda identificarlo y utilizarlo como insumo para establecer los tiempos de cambio de régimen y alertar sobre la importancia de este indicador, como punto de partida de nuevas alternativas de manejo de crisis y de expansión de la economía mexicana. Se utilizan los filtros de Hodrick-Prescott y de Hamilton para realizar este cálculo, para posteriormente someterlo a la estimación de las probabilidades de cambio de los regímenes clásicos: expansión y recesión mediante cadenas de Markov para México.

*Palabras clave:* ciclos económicos, ciclo de negocios, filtro de Hodrick-Prescott, filtro de Hamilton, cadenas de Markov.

*Clasificación JEL:* E32, E370, C130.

---

\*Profesor en la Facultad de Economía y Negocios de la Universidad Anáhuac, México.

\*\*Profesor-investigador en la Facultad de Economía y Negocios de la Universidad Anáhuac, México.

\*\*\* Profesor-investigador en la Facultad de Economía y Negocios de la Universidad Anáhuac, México.

## **The business cycle and the coincident Index. Use of Hodrick-Prescott and Hamilton filters to Mexico**

### **Abstract**

This paper put together a good sample of methodologies for building a coincident index of business cycle for Mexico. This indicator can date the cycle timing and help us to propose new policies and actions for central government and companies once a time we know perfectly the fluctuations of the business and have understood the wright level of risk associated. We use the Hodrick-Prescot index and the Hamilton's joint to Markov chains to build the index and to measure change regime probabilities for Mexico.

*Keywords:* economic cycles, business cycles, Hodrick-Prescott filter, Hamilton filter, Markov chains.

*JEL classification:* E32, E370, C130.

### **1. Introducción**

Los habitantes de cualquier país enfrentan diferentes riesgos, éstos están asociados al volumen de producción agregada de corto plazo, a las necesidades de financiamiento derivadas de los desequilibrios fiscal y de la balanza de pagos, a la amenaza de la inflación, a la discontinuidad en el empleo, a las enfermedades físico-mentales, y a la reducción de la capacidad de compra de su ingreso disponible y de su riqueza monetaria neta. En el largo plazo, prevalecen los riesgos sobre el volumen de la producción esperada; sin embargo, se presentan otros como el valor neto promedio del portafolio de activos financieros del individuo; la quiebra financiera interna o externa del país en relación a la recuperación de activos por parte del sistema bancario local y al pago de la deuda externa nacional exigible; también se puede incluir a las nuevas enfermedades de rápida propagación y larga espera para su cura. En general, el riesgo se puede entender como la desviación del

nivel de bienestar<sup>1</sup> registrado con respecto al nivel de bienestar esperado propio o de un referente.

Por su parte, el bienestar económico se refiere a la capacidad que tiene un individuo, grupo o sociedad para resolver su problema de supervivencia. Lo cual se determina por el nivel de productos (bienes y servicios) que puede crear para su disfrute en referencia a un estándar. Esta medida encierra tanto cuestiones objetivas como subjetivas. En lo que respecta a su vertiente objetiva, el bienestar está correlacionado positivamente con el número y la duración del disfrute de los bienes que un individuo consume, lo cual depende del monto de su riqueza neta (donde se incluye al ingreso monetario), de la disposición u oferta de bienes y servicios, de los precios de las mercancías pertenecientes a su canasta, y de sus preferencias intertemporales entre consumo-ahorro y trabajo-ocio.

La teoría del ingreso personal permanente de Milton Friedman (1957), describe a un consumidor previsor,<sup>2</sup> caracterizado como un agente con expectativas racionales, capaz de estimar la magnitud de sus ingresos para su horizonte de vida, lo cual le ayuda a determinar la fracción del valor esperado máximo de esta riqueza global que es capaz de disfrutar por fracción de tiempo, y que teóricamente le auxilia tanto para alcanzar un nivel medio de bienestar como a reducir la varianza de su consumo. En particular, este enfoque tiene como elemento clave al crédito sobre activos intangibles como mecanismo para alcanzar este alisamiento. Por su parte, Lucas (1977) afirma en que este tipo de consumidores o agentes muestran racionalidad limitada, debido a que resuelven óptimamente problemas que no son fácilmente identificables por el observador, dado que cada agente valora su entorno en un número diferente de variables. En realidad, el propio Lucas ahonda en este problema al dictaminar que los agentes no toman decisiones bajo un enfoque bayesiano, al menos no todo el tiempo, por lo que se deduce que éstos no determinan con exactitud los niveles óptimos de aseguramiento y de cobertura que les permitirían enfrentar las fluctuaciones en su nivel de bienestar con menor exposición. En conclusión, se debe destacar la naturaleza azarosa del mundo económico, la recurrencia

---

<sup>1</sup> Se emplearán los términos nivel de bienestar y riqueza como intercambiables, a pesar de que se entiende que el primero indica básicamente consumo, y el segundo añade acumulación de consumo esperado.

<sup>2</sup> Friedman, Milton (1957). *A Theory of the Consumption Function*, Princeton University Press.

de sus fluctuaciones<sup>3</sup> y la imprevisibilidad de sus patrones temporales, acompañados o no de mercados incompletos, limitante de los procesos de pulverización del riesgo, como elementos relevantes a considerar para enfatizar la necesidad de conocer los tiempos de modificación del estado de la economía y los métodos y las acciones que se deben emprender para solucionar mejorar el bienestar de las personas.

Los orígenes de las fluctuaciones económicas están ligados a la existencia de cambios en la riqueza total<sup>4</sup> de un individuo o de un grupo. Dichas modificaciones, que pueden ser positivas o negativas, son producto de alteraciones estructurales o aleatorias en las condiciones intertemporales de producción, de gasto y de acumulación de activos netos, y se pueden dividir en temporales y permanentes. Becker y Hoffman (2006) afirman que las fluctuaciones permanentes en el nivel de bienestar son derivadas de cambios por el lado de la oferta o generadas por el ciclo económico de largo plazo o ciclo económico real, mientras las temporales se presentan como cambios por el lado de la demanda o producidas por el ciclo de negocios, y que ambos tipos de fluctuaciones son cualitativamente diferentes<sup>5</sup> debido a su capacidad para ser asegurados, porque las permanentes sólo pueden serlo a través de activos contingentes al estado económico,<sup>6,7</sup> lo que representa un canal de cobertura ex ante, mientras las temporales son fácilmente cubiertas a través de los mecanismos ex post tradicionales como bonos y préstamos, que representan expansiones de la cantidad de dinero en circulación o del crédito disponible durante esas etapas económicas. Por su parte, Stock y Watson (1989) clasifican a estas fluctuaciones, por su origen, en exógenas o endógenas, si son resultado de fuerzas externas a la economía local o no, y por su naturaleza, en comunes e idiosincrásicas. Las comunes obedecen a un factor general que rige el comportamiento agregado de un número

---

<sup>3</sup> La teoría del caos postula que en esencia el mundo es fundamentalmente determinístico. Lo cual no acaba con los problemas, sino que cambia la distribución de riesgos de los individuos.

<sup>4</sup> El concepto riqueza total se requiere a la suma de la riqueza financiera neta más el valor presente del ingreso disponible futuro y el valor de mercado de los activos fijos que se poseen, ya sean productivos o bienes duraderos.

<sup>5</sup> Esto se refiere a que las fluctuaciones de corto plazo, en una interpretación simple, son resultado de cambios en el nivel de utilización de la capacidad productiva, mientras que las correspondientes al largo plazo representan cambios en esa capacidad.

<sup>6</sup> Se refiere a *state-contingent assets*.

<sup>7</sup> Esto coincide involuntariamente con la idea de Shiller sobre la generación de futuros perpetuos como mecanismo de cobertura del riesgo colectivo.

amplio de variables, mientras que las idiosincrásicas se refieren a comportamientos que acontecen como resultado de las particularidades específicas de la economía o del país.

El resultado de estos estudios es fundamental para comprender que las fluctuaciones de corto plazo son una fuente de riesgo temporal, y que requiere acciones definidas para reducir sus impactos negativos. Por supuesto, que dichos cambios se ven en las variaciones que sufre el estado de la economía, lo cual se ha identificado como el componente cíclico de una serie agregada de la actividad económica, que pudiera ser representada por el producto interno bruto o por un indicador de alta frecuencia como el indicador global de la actividad económica (IGAE), cuya naturaleza permite utilizarlo como la variable que mejor describe al resultado conjunto de las actividades productivas de México en la alta frecuencia, por lo cual es un candidato ideal para extraerle el componente cíclico, construir un índice coincidente empleando los filtros de Hodrick-Prescott (H&P) y Hamilton y observar si es capaz de predecir el cambio de régimen y la datación del ciclo de negocios.

Este documento inicia con una breve introducción, en la sección dos se desarrolla la importancia y utilidad de contar con un índice coincidente, en la sección tres se muestra el avance en el método de identificación del ciclo de negocios y su construcción, en esta sección se realiza una aportación relevante ya que revisa y presenta las metodologías más importantes para su obtención. Por su parte, la sección cuatro calcula los filtros H&P y de Hamilton, se obtienen los ciclos, se construyen los indicadores coincidentes de cada método y se aplica la cadena de Markov para medir las probabilidades de transición. Finalmente se presentan las conclusiones de la investigación.

## 2. El índice coincidente y su utilidad

El ciclo de negocios es una variable no observada, la cual se estima mediante diferentes métodos, y que se le relaciona con medidas agregadas como la producción total anual, trimestral o mensual. Se trata de aproximarse al estado económico vía los índices coincidente (IC) y adelantado<sup>8</sup> (IA),

---

<sup>8</sup> El INEGI está encargado de la construcción de estos indicadores y emplea el método creado en la *National Bureau of Economic Research* (NBER) de Estados Unidos, el cual es de aplicación internacional.

y el IGAE.<sup>9</sup> A nivel internacional, los índices coincidente y adelantado son comunes, lo que facilita su base de comparación y abre la posibilidad de comparar los efectos comunes e idiosincrásicos entre países. Tanto el índice coincidente como el ciclo derivado del IGAE reflejan en tiempo justo las etapas o fases del ciclo, mientras que el adelantado es más sensible a las expectativas de los agentes y al ruido económico de corto plazo.

El análisis del ciclo de negocios puede ser partir de dos diferentes perspectivas. En la primera, el método utiliza a los modelos de equilibrio general, al estilo de Cooley (2000) y Lucas (1979), donde los esfuerzos se centran en evaluar sistemas que permiten compartir el riesgo a través de maximizar la función intertemporal del agente, determinar los efectos de posibles acciones de reversión del ciclo y la eficiencia de diferentes métodos de alisamiento de las fases. La segunda, se liga al proceso de generación de datos del fenómeno por medio de técnicas propias del análisis multivariado, los modelos econométricos y las series de tiempo. En general, la idea central es caracterizar al ciclo de negocios y dar tanto noticia como confirmación de sus cambios de régimen y así administrar cada fase. Es ejemplo de esto los trabajos Stock y Watson (1989); Hamilton (1989); Diebold y Rudschild (1996); Chauvet (1998); Kim y Nelson (1999) y Filardo (1998).

En esta investigación se emplean métodos de generación de datos para abordar la dinámica del ciclo y la construcción de su índice. Estos estudios datan del trabajo de los economistas Wesley Mitchell y Arthur Burns (1946) de la NBER, trabajo considerado como la investigación seminal del área. Dichos investigadores puntualizaron que las fluctuaciones de corto plazo o ciclo de negocios se traducían en movimientos distintos en su naturaleza y en su duración,<sup>10</sup> clasificándolos como expansiones, recuperaciones, recesiones y contracciones del estado de la economía. Este comportamiento peculiar se presenta en un conjunto amplio de variables económicas durante cada una de estas fases, a las cuales se denomina régimen, por lo que un cambio de régimen significa pasar de una etapa a otra de dicho ciclo. Finalmente, las

---

<sup>9</sup> El IGAE está compuesto por datos provenientes de los sectores agropecuario, industrial (minería, industria manufacturera, construcción y generación de electricidad, gas y agua); comercio y hoteles, y servicios (transporte, almacenaje y comunicaciones; servicios financieros, seguros, actividades inmobiliarias y de alquiler; así como algunos servicios comunales, sociales y personales), que podría funcionar como subyacente, pues posee información de diferentes sectores económicos.

<sup>10</sup> Esto es la llamada asimetría en las fases de expansión y contracción, que provoca la aplicación de métodos no lineales.

diferentes variables enfrentan cambios de régimen en diferentes momentos, lo que permite que se clasifiquen o se puedan subdividir en grupos de acuerdo a la temporalidad de sus puntos de inflexión, esto es, las que cambian de régimen con antelación (*leading indicators*), las que se rezagan (*lagged indicators*) en el cambio de régimen y finalmente las que coinciden (*coincident indicator*) con el régimen del estado económico.

Esta dinámica económica o movimiento perpetuo de las condiciones de bienestar de grupos sociales, puede ser caracterizada como el producto del comportamiento intrínseco de los agentes o como resultado de un proceso de adaptación a choques estocásticos de una estructura económica estable. En realidad, todo se deriva de la mecánica agregada intertemporal de producción, inversión, cambio tecnológico, financiamiento y consumo en un ambiente histórico particular, bajo un estado de la naturaleza cambiante y sujeto al azar.

Esta investigación se concentra en la dinámica de corto plazo, y obedece a la necesidad que tienen los países por construir horizontes prolongados de estabilidad económica, lo cual puede contribuir a un proceso más amplio de inversión, ahorro, cambio tecnológico, empleo y reducción de la pobreza. Esto también representa un cambio paradigmático importante, porque, por un lado, se reconoce que la reducción de la varianza en la generación de riqueza es una clave del desarrollo, pero, que los procesos sociales productivos están anclados en la innovación, la cual es un evento disruptivo que pudiera generar un riesgo alto de obsolescencia y de empleabilidad para la sociedad. El reto está en lograr un mayor crecimiento vía desarrollo tecnológico y gestionar el riesgo asociado.

Como realidad económica, el ciclo de negocios se conforma en un parteaguas que separa a lo viejo de lo nuevo. Es inevitable porque es una parte medular del comportamiento económico de un país, pero, continúa siendo un proceso ruinoso, sorpresivo y ampliador de brechas sociales.<sup>11</sup> Esta dualidad da soporte a considerar que la forma adecuada para combatirlo es suavizar sus efectos.

La fabricación de este indicador del ciclo facilitaría la coordinación de políticas y acciones a nivel local, en primera instancia, siempre que este intercambio

---

<sup>11</sup> Las brechas sociales se definen a partir de la riqueza neta del individuo, la diferencia a valor de mercado de los activos y los pasivos de corto plazo. Así es como cada etapa del ciclo modifica o altera los precios de remate de los activos y de los pasivos, generando un ajuste en la posición de liquidez de los agentes y en sus capacidades de solvencia de largo plazo.

esté ligado a la existencia de diferentes fuentes de riesgo y a la oportunidad de aprovechar lo bueno y lo malo de este fenómeno económico.

### **3. Metodologías para la construcción de un índice coincidente**

En general, se pueden agrupar a los métodos de elaboración del índice en dos grandes clasificaciones: la tradicional, que implica la construcción de un indicador a partir de la elaboración de un sistema de ponderación, cuyo empleo de herramientas modernas se circunscribe a la transformación con desestacionalización de la serie, pero que carece de propiedades estadísticas relevantes;<sup>12</sup> y la moderna, que circunscribe la elaboración del índice a partir de modelos de componente no observados que tiene dos versiones: lineales y no lineales. En estos últimos, los primeros son estimados sin considerar la dependencia de los regímenes, y que por tanto tiende a proyectar deficientemente fuera de la muestra; y los segundos que permiten cambios de régimen con duración constante de los mismos y con duración variable en el tiempo. La diferencia fundamental entre estos últimos, es que la duración constante tal como lo señala Filardo y Gordon (1998) indicaría que los efectos desencadenados a partir de la política económica, las perturbaciones estocásticas externas a la economía y los mecanismos de propagación de los regímenes no tienen ningún efecto sobre la dinámica del ciclo de negocios. En seguida se indica diferentes métodos de construcción del índice que refleja el estado y el comportamiento de la economía.

#### **3.1. Metodología del INEGI**

El INEGI emplea un Sistema de Indicadores Cíclicos: Coincidente y Adelantado, que publica mensualmente. La idea es construir un indicador que represente el comportamiento de la actividad económica. Se emplea el método clásico de los ciclos, el cual, muestra las desviaciones que sufre la economía en torno a su tendencia.

---

<sup>12</sup> Se refiere a que no puede medir la probabilidad de estar en un régimen determinado, recesión básicamente, sino es a través de una interpretación por un panel de expertos con técnicas derivadas de juicios de valor y reglas de dedo.



Las series que se incluyen en estos índices tienen que poseer relevancia económica, estar publicadas mensualmente, estar disponibles con oportunidad y tener una amplitud de datos suficiente para captar los ciclos. Las series se toman en término reales y están ajustadas por estacionalidad y corregidas por valores atípicos. El sistema contiene dos indicadores compuestos, el indicador coincidente que es un índice que refleja el estado de la economía, y el indicador adelantado, que permite pronosticar la dirección de primero para dar perspectiva de lo que está por venir.

La metodología de la construcción del índice coincidente se puede consultar en la página del INEGI.<sup>13</sup>

### *3.2. Metodología de stock y Watson o modelo factorial dinámico*

Durante la Reunión Macroeconómica Anual de la NBER en 1989, los economistas Stock y Watson (S&W) presentaron un modelo de estimación del estado de la economía a partir de tres índices: uno coincidente (CEI), otro adelantado (LEI) y el último de medición de probabilidades de ocurrencia del régimen recesivo (CEI) para un horizonte de seis meses. Su estudio se basó en los métodos de componentes no observados y estiman los parámetros utilizando el método de máxima verosimilitud, para luego obtener el índice a través del filtro lineal de Kalman. La idea era simple, construir un índice coincidente, proyectarlo con un índice adelantado y determinar la probabilidad de ocurrencia de una recesión. En este sentido, se aventajaba a la metodología de la NBER que empleaba el Department of Commerce de los Estados Unidos (DOC), que en ese entonces se encargaba de construir el CEI, pues se evita el empleo del juicio de los expertos para determinar las fases de entrada a recesión o de salida de la misma, a través de un cálculo probabilístico bajo un enfoque objetivo.

En el esquema de estos autores, el LEI indica un estado de expansión o recesión para la economía, pues un valor negativo es señal de una recesión, mientras uno positivo indica una expansión.

El modelo de S&W formaliza la idea de que el ciclo económico se mide mejor, observando los movimientos conjuntos de diferentes series de tiempo

---

<sup>13</sup> La dirección del sitio de internet es [inegi.org.mx](http://inegi.org.mx).

agregadas. El CEI es una estimación del valor de una variable no observada, “el estado de la economía”, denotado por  $C_t$ . Esta variable se define estableciendo que los movimientos conjuntos de todos los indicadores adelantados y coincidentes en periodos rezagados y futuros se derivan de una sola fuente, los movimientos de  $C_t$ . Sin embargo, es cierto que existen movimientos en las series que no son producto de este factor común, y se denominan; componente idiosincrásico. Estos componentes no deben estar correlacionados entre sí o con  $C_t$ .

En su modelo S&W definen a  $X_t$  como un vector  $nx1$  de logaritmos de las variables macroeconómicas, las cuales hipotéticamente se mueven contemporáneamente con las condiciones económicas generales. De hecho, en el caso de un modelo de un solo índice,  $X_t$  tiene dos componentes, el vector escalar o índice  $C_t$  y el componente  $n$ -dimensión  $u_t$ , este último representa los movimientos idiosincrásicos en las series. En ambos casos, el modelo se emplea utilizando estructuras estocásticas lineales. En el trabajo empírico, los autores encuentran que las variables coincidentes empleadas están integradas, pero no cointegradas,<sup>14</sup> por lo que el modelo se especifica en términos de sus diferencias, como sigue:

$$\begin{aligned} (S1) \quad \Delta X_t &= \beta + \gamma(L) \Delta C_t + u_t \\ (S2) \quad D(L) u_t &= \varepsilon_t \\ (S3) \quad \phi(L) \Delta C_t &= \delta + \eta_t \end{aligned}$$

Donde  $L$  es el operador de rezago, y  $\phi(L)$ ,  $\gamma(L)$  y  $D(L)$  son el escalar, el vector y la matriz de polinomios rezagados. El CEI se calcula como el mínimo error cuadrado lineal estimado del factor común  $C_{t|t}$ , producido como resultado del filtro aplicado al sistema. Entonces,  $C_{t|t}$  es una combinación lineal de los logaritmos actuales y pasados de las variables coincidentes.

El paso siguiente es la construcción del índice LEI, el cual estima el crecimiento de esta variable no observable para los siguientes seis meses, a través del empleo de un conjunto de variables adelantadas,  $C_{t+6|t} - C_{t|t}$ . El índice LEI se construye modelando las variables adelantadas ( $Y_t$ ) y el no observable estado de la economía ( $C_t$ ) como un sistema de vector auto regresivo, pero con dos modificaciones. La primera reconoce que  $C_t$  es inobservable, y la segunda

<sup>14</sup> Esto significa que la fuente de variación de las variables es diferente, y que, por lo tanto, captura un mayor espectro del ciclo.

reduce el número de parámetros a estimar a través de la eliminación de los rezagos más retardados, a excepción de la ecuación de la variable coincidente. El modelo estimado en su forma reducida es:

$$(S4) \quad \Delta C_t = \mu_c + \lambda_{cc}(L)\Delta C_{t-1} + \lambda_{cy}(L)Y_{t-1} + v_{ct}$$

$$(S5) \quad Y_t = \mu_y + \lambda_{yc}(L)\Delta C_{t-1} + \lambda_{yy}(L)Y_{t-1} + v_{yt}$$

donde  $(v_{cy}, v_{yt})$  son términos de error que no se encuentran correlacionados serialmente, el orden de rezago de los polinomios  $\lambda_{cc}(L)$ ,  $\lambda_{cy}(L)$ ,  $\lambda_{yc}(L)$ , y  $\lambda_{yy}(L)$ , se determina empíricamente empleando criterios estadísticos. Las variables adelantadas  $Y_t$  son transformadas para alcanzar la estacionariedad. El proceso para estimar el modelo tiene dos pasos, en el primero, se aplica el método de máxima verosimilitud con filtros de Kalman, y en el segundo, el indicador adelantado se estima condicionado a los valores estimados de los parámetros del modelo coincidente. En general, el indicador adelantado es una proyección de  $C_{it}$  como variables adelantadas en un vector auto regresivo (VAR), considerando que la no observación de  $C_{it}$  se manipula explícitamente.

Al final, el índice de recesión es una estimación de la probabilidad de que la economía esté en recesión en un horizonte de seis meses. Esta probabilidad se calcula empleando el mismo modelo de series de tiempo usado para calcular al LEI, y se basa en la definición de un patrón recesivo de  $C_t$ .

### 3.3. Modelo multivariado con cambio de régimen bajo procesos de Markov

La aparición de nuevas metodologías llevadas desde la ingeniería a la economía ha permitido el paso de modelos de estado-espacio (*state space models*) lineales a no lineales Hamilton (1989), Filardo (1994), Kim y Yoo (1995), Chauvet (1998) y Kim y Nelson (1998), y dentro de estas últimas versiones univariadas y multivariadas con probabilidades de transición constantes y variables, que se estiman a partir del algoritmo de máxima verosimilitud o mediante métodos bayesianos como la muestra de Gibbs.

#### 3.3.1. Modelo factorial con cambios de régimen bajo procesos de Markov

Es Hamilton (1989) quien propone un modelo no lineal univariado de probabilidades constantes para caracterizar al ciclo económico. Sin embargo, el modelo de Hamilton tiene dos problemas, el ser univariado y el empleo

de probabilidades invariantes o constantes en el tiempo. Tal como lo señala Chauvet (1998), la primera debilidad limita la dinámica del ciclo circunscribiéndola a un único indicador (el PIB trimestral), lo que va en detrimento de la varianza que puede explicar el modelo, y la segunda daña la confiabilidad en el cálculo de la probabilidad de estar en una u otra fase del ciclo. El modelo de Chauvet<sup>15</sup> (1998), puede ser calculado utilizando el algoritmo computacional proporcionado por Kim y Nelson (1999) para estimar el modelo propuesto por Diebold y Rudebusch (1996). Este último implica un cálculo científico y a tiempo real de la probabilidad de existencia de uno u otro régimen, tal como lo hicieron S&W, pero, reconociendo la asimetría inherente al ciclo de negocios, además permite el empleo de distintos factores que contribuyen a mejorar la capacidad de predicción del modelo, resolviendo los problemas que enfrentó Hamilton.

Este modelo de factores con cambio de régimen que reconoce los principios básicos del área de estudio: los patrones temporales condensados de las series de datos en un indicador no observado y su asimetría no lineal en las fases. El primero es capturado empleando modelos de estado espacio y el segundo a través de un proceso de Markov de primer orden, el cual determina la probabilidad de estar en uno de dos regímenes en una versión no lineal, lo que es equivalente a señalar que se le permiten cambios discretos de régimen. En la estimación del modelo se emplea un algoritmo no lineal de filtro de Kalman desarrollado por Kim (1994).

El modelo está formado a partir de la versión de S&W, pero con las diferencias siguientes: primero, el valor del factor que mide el estado de la economía está afectado por el régimen en el cual ésta se encuentra, ver ecuación (D3); segundo, se añade el proceso de Markov para calcular la probabilidad de ocurrencia de una recesión a través de la ecuación (D4). Las ecuaciones empleadas son:

$$\begin{aligned} (D1) \Delta Y_{it} &= \gamma_i(L) \Delta C_t + D_i + e_{it}, \quad i=1,2,3,4 \\ (D2) \psi_i(L) e_{it} &= \varepsilon_{it} \quad \varepsilon_{it} \sim iidN(0, \sigma_i^2) \\ (D3) \phi(L) (\Delta C_t - \mu_{S_t} - \delta) &= v_t \quad v_t \sim iidN(0, \sigma_i^2) \end{aligned}$$

---

<sup>15</sup> Si se desea saber más sobre este trabajo, se puede visitar la página personal de la doctora Chauvet, profesora de la University of California Riverside es: <http://faculty.ucr.edu/~chauvet/mc.htm>.

donde  $\Delta Y_{it}$  es la primera diferencia del logaritmo natural del  $i$ -ésimo indicador,  $i=1,\dots,4$ ;  $yi(L)$  es el polinomio en el operador de rezagos;  $\Delta C_i$  es la tasa de crecimiento del índice coincidente;  $D_i$  es el intercepto para el  $i$ -ésimo indicador; y  $eit$  es un proceso autorregresivo. Se mantiene que  $e_{it}$  y  $v$  no están correlacionados.

En este modelo, se tienen dos componentes para explicar a  $\Delta Y_{it}$ , los cuales son  $(D_i + e_{it})$  que representa la parte idiosincrásica del modelo y  $\Delta C_i$ , que es el factor común formado por valores actuales y rezagados. Adicionalmente, la ecuación (D3) modela la tasa de crecimiento de largo plazo ajustada por el régimen que la economía enfrenta, representados por  $\mu_{S_t}$ , mientras que  $\delta$  es sólo una constante. La evolución de este factor de ajuste es como sigue:

$$(D4) \mu_{S_t} = \mu_0 + \mu_1 S_t \quad \mu_1 > 0, S_t = \{0,1\}$$

La transición de regímenes bajo procesos de Markov está regida por el siguiente:

$$(D5) P[S_t = 1 | S_{t-1} = 1] = p, \quad P[S_t = 0 | S_{t-1} = 0] = q$$

La diferencia entre este modelo y la versión de S&W es que en este último, el crecimiento medio del índice coincidente está afectado por  $(\mu_{S_t} + \delta)$ .

El filtro no lineal traza el curso del vector-estado, el cual se calcula usando sólo observaciones de  $\Delta Y_t$ , de forma recursiva y con un periodo adelantado, al tiempo que actualiza las ecuaciones del vector-estado y la matriz de errores al cuadrado.

En la segunda parte del filtro de Kalman, los términos de probabilidad están calculados usando el filtro no lineal de Hamilton. Éste genera la probabilidad condicional del estado latente bajo Markov en el tiempo  $t$ . La confiabilidad condicional (*likelihood*) de la variable observada es calculada como un subproducto del algoritmo en cada  $t$ , lo cual permite la estimación de los parámetros desconocidos del modelo.

### 3.3.2. Modelo factorial dinámico bajo muestras de Gibbs

Son dos, los problemas con el modelo factorial dinámico propuesto por Chauvet, el primero, se refiere a la dificultad para juzgar tanto los efectos de las aproximaciones de los parámetros estimados, como las inferencias

referidas al componente común y al régimen, ambas variables no observados. El segundo lugar, el número de datos disponibles expande de forma exponencial los casos a considerar, lo cual complica severamente el cálculo. Sin embargo, el empleo del método de máxima verosimilitud bajo el algoritmo de Kim y Yoo, a través del colapso de los casos a considerar resuelve este último problema, pero no el primero, cuya consecuencia fundamental es la dificultad para obtener el índice coincidente.

En este sentido son Kim y Nelson (1999) quienes proponen un modelo que soluciona estos problemas. Dicho modelo es una versión factorial dinámica como el de Chauvet, pero el proceso de estimación emplea un enfoque bayesiano y un algoritmo de muestras de Gibbs, tal como sigue:

$$(K1) \quad \Delta Y_{it} = \lambda_i(L) \Delta C_t + D_i + e_{it} \quad i = 1, 2, 3, 4, 5, 6 \\ t = 1, 2, \dots, T$$

donde  $\Delta Y_{it}$  representa la primera diferencia del logaritmo del  $i$ -ésimo indicador,  $i = 1, \dots, 6$ ;  $\lambda_i(L)$  es el polinomio del operador de rezago;  $\Delta C_t$  es la tasa de crecimiento del índice compuesto;  $D_i$  es un intercepto para el  $i$ -ésimo indicador; y  $e_{it}$  es un proceso representado por un sistema autorregresivo,

$$(K2) \quad \psi_i(L) e_{it} = \varepsilon_{it}, \quad \varepsilon_{it} \sim iid N(0, \sigma_i^2)$$

se puede observar que cada indicador filtrado  $\Delta Y_{it}$  está compuesto por componentes individuales: el intercepto y el riesgo idiosincrásico ( $D_i + e_{it}$ ), y por una combinación lineal distribuida en el tiempo del índice o estado de la economía. Este índice se supone está generado por un proceso autorregresivo,

$$(K3) \quad \phi(L)(\Delta C_t - \mu_{st} - \delta) = v_t \quad v_t \sim iid N(0, 1)$$

$v_t$  y  $\varepsilon_{it}$  son independientes el uno del otro para todo  $t$  e  $i$ , mientras la varianza de  $v_t$  se toma con un valor unitario para que el modelo esté identificado. Mientras que  $\delta$  es una constante en el tiempo,  $\mu_{st}$  depende del estado de la economía, esto es  $S_t = 0$  si se está en una recesión y  $S_t = 1$  si está ocurriendo una expansión como sigue:

$$(K4) \quad \mu_{st} = \mu_0 + \mu_1 S_t, \quad \mu_1 > 0, \quad S_t = [0, 1]$$

Las transiciones del estado de la economía están gobernadas por el proceso de Markov:

$$\begin{aligned} Pr[S_t = 1 | S_{t-1} = 1] &= p \\ Pr[S_t = 0 | S_{t-1} = 0] &= q \end{aligned}$$

se nota que las medias de las variables están sobre determinadas en esta parametrización. Si se impone una media cero para el proceso de  $\mu_{st}$ ,  $\delta$  determina la tasa de crecimiento de largo plazo del índice, sin embargo  $\mu_{st}$  produce desviaciones de la tasa de crecimiento a largo plazo en función del estado de la economía (recesión o expansión). Este modelo se puede expresar en un formato estado-espacio como sigue:

donde  $\Delta Y_t = [Y_{1t} Y_{2t} Y_{3t} Y_{4t} Y_{5t} Y_{6t}]'$ ,  $\tilde{D} = [D_1 D_2 D_3 D_4 D_5 D_6]'$ , y los otros términos son definidos de acuerdo a las especificaciones de  $\phi(L)$ ,  $\psi(L)$  y  $\lambda_i(L)$ . El modelo que se aplicará supone un AR(1) tanto para el componente común como para el componente individual, además de que  $\lambda_i(L) = \lambda_i$ ,  $i=1,2,3,4,5,6$ . Debido a que los parámetros  $\tilde{D}$  y  $\delta$  sobre determinan las medias del proceso:  $E[\Delta Y_{it}] = D_i + \gamma_i(1)\delta$ , el modelo no está identificado. Por ello, se expresan las ecuaciones (K1)-(K3) o (K6)-(K7) en forma de desviaciones como sigue:

$$(K8) \quad \Delta y_{it} = \lambda_i(L) \Delta c_t + e_{it}$$

$$(K9) \quad \phi(L)(\Delta c_t - \mu_{st}) = v_t$$

donde  $\Delta_{ct} = \Delta C_t - \delta$ , o en el formato estado-espacio:

$$(K10) \quad \Delta y_{it} = H \xi_t^*$$

$$(K11) \quad \xi_t^* = \tilde{M}_{s_t} + F \xi_{t-1}^* + u_t$$

Para estimar este modelo se emplea el algoritmo de muestras de Gibbs. Este método permite incorporar la incertidumbre asociada a los valores de los parámetros, a través de un enfoque bayesiano, además que brinda información adicional como las distribuciones posteriores de los parámetros.

Se considera una versión con probabilidades de transición constantes, donde se busca inferir, a partir de los datos de los componentes del índice coincidente, los patrones de la tasa de crecimiento de dicho índice  $\Delta c_t$ ,  $t=1,2,\dots,T$ , representada por  $\Delta \tilde{c}_T$ , y del indicador de cambio de régimen de Markov,  $S_t$ ,  $t=1,2,\dots,T$ , representado por  $\tilde{S}_T$ , además de estimar todos los parámetros desconocidos representados por el vector de  $K$ -dimensiones,  $\tilde{\theta}_T$ . En el enfoque bayesiano, éstos son vistos como un conjunto de tres vectores que suman su distribución conjunta, condicional a los datos históricos de los indicadores coincidentes. En realidad, el método de muestras de Gibbs es un

algoritmo interactivo bajo técnica de Monte Carlo que genera una muestra simulada a partir de la distribución conjunta del grupo de variables aleatorias, que se obtiene a partir de muestras sucesivas.

### **3.4. Modelos de construcción del índice empleando los filtros de Hamilton (2017) y de Hodrick-Prescott (1997)**

En las referencias previas se señaló que el ciclo de negocios se caracteriza por mostrar comportamientos agregados y temporales de diferentes series económicas. Esto implica que las trayectorias de las variables confluyen por segmentos (coinciden, se retrasan o se adelantan), pero, también muestran cambios temporales o permanentes de una estructura económica general. Por su parte, la teoría de series de tiempo argumenta que estos cambios son resultados de comportamientos lineales y no lineales de los factores que componen la dinámica de datos de una variable: tendencia, estacionalidad, ciclicidad y movimientos erráticos. Estos componentes se pueden separar mediante diferentes técnicas. En este caso, importa obtener la tendencia y la ciclicidad. Para ello, se pueden emplear filtros como el de Hodrick-Prescott y el de Hamilton, cuya finalidad es separar la tendencia y obtener el ciclo de la serie.

### **3.5. Filtro de Hodrick-Prescott (H&P)**

Los autores de este método afirman en su documento semanal:

“...La tesis de este documento es que la búsqueda del equilibrio en el modelo de ciclo de negocios es sólo el principio y que el estudio de los movimientos conjuntos de las variables económicas agregadas usando una técnica eficiente, sencillo y de fácil replica, que incorpora nuestro conocimiento previo de la economía, proveerá información de las características de la economía que la teoría del equilibrio general debería incorporar”.<sup>16</sup>

Las ecuaciones desarrolladas por H&P son las siguientes:

$$y_t = g_t + c_t \quad \text{para } t = 1, \dots, T$$

---

<sup>16</sup> Hodrick, Robert J. and Edward C. Prescott (1997). *Postwar US. Business Cycle: An Empirical Investigation*. p. 2. Traducción propia.



donde  $g_t$  es el componente de crecimiento y  $c_t$  es el componente cíclico. De acuerdo a los autores, la medida del suavizamiento del componente  $\{g_t\}$  es igual a la suma del cuadrado de sus segundas diferencias. Es fácilmente deducible que la diferencia entre  $y_t$  y  $g_t$  mide la variabilidad de la serie alrededor de su tendencia de largo plazo, y que su valor esperado es cercano a cero. Para determinar los valores de la serie de crecimiento, se debe estimar el siguiente modelo de programación:

$$\text{Min}_{\{g_t\}_{t=-1}^T} \left\{ \sum_{t=1}^T c_t^2 + \lambda \sum_{t=1}^T [(g_t - g_{t-1}) - (g_{t-1} - g_{t-2})]^2 \right\}$$

El valor de  $\lambda$  fue determinado por H&P. Algunos autores señalan que este valor se ha fijado de manera arbitraria (Hamilton, 2018), y que el resultado puede generar ciclos espurios, dando falsas señales de los tiempos de inicio y termino de las etapas de crecimiento y recesión. Por su parte otros como (Maravall y del Río, 2007) afirman que la definición de ciclos espurios es un elemento para la discusión y que los filtros sólo producen aquello para lo cual se han inventado. Por su parte Guerrero (2008) indica que los valores de  $\lambda$  pueden fidelizar los datos si  $\lambda$  se acerca a cero o producir una tendencia de línea recta si el valor tiende al infinito.

Entre los señalamientos, se agrega, que el filtro H&P requiere una serie desestacionalizada y que no tenga raíz unitaria. Sin embargo, se ha mostrado que muchas series macroeconómicas tienen raíz unitaria, por la razón del crecimiento a lo largo del tiempo. Esto último se ha solucionado empleando primeras diferencias, encontrando que la serie está integrada de orden 1.

### 3.6. Filtro de Hamilton

Hamilton (2017) señala una serie de insuficiencias que tiene el filtro de H&P:

- a) Produce series con relaciones dinámicas espurias que no tienen un sustento en el proceso de generación de datos.
- b) Los valores filtrados intermedios y los finales corresponden a dinámicas diferentes.
- c) La formalización estadística del problema produce estimaciones de  $\lambda$  que no son consistentes con los de la práctica común.

Por lo tanto, Hamilton propone un modelo de regresión lineal de la variable en el tiempo  $t+h$  sobre sus cuatro valores más recientes.

$$y_{t+h} = \beta_0 + \beta_1 y_t + \beta_2 y_{t-1} + \beta_3 y_{t-2} + \beta_4 y_{t-3} + v_{t+h}$$

la diferencia entre los valores de la variable y la estimación son el componente cíclico.

$$v_{t+h} = y_{t+h} - \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 y_t + \hat{\beta}_2 y_{t-1} + \hat{\beta}_3 y_{t-2} + \hat{\beta}_4 y_{t-3}$$

La sugerencia de Hamilton es utilizar  $h = 8$  para datos trimestrales. Sin embargo, en el caso de series mensuales, el algoritmo elaborado por Diallo Ibrahima Amadou (2018) para calcular el filtro en STATA, emplea tres años.

#### 4. Elaboración del índice coincidente para México con los filtros Hodrick-Prescott y el de Hamilton

Se seleccionó al índice global de la actividad económica (IGAE) para extraerle el ciclo. Esto debido a que es un indicador que tiene una base semejante al producto interno bruto, con la diferencia de ser una variable que se publica con alta frecuencia. El índice está en términos reales y desestacionalizado.

El primer paso es realizar una prueba de raíz unitaria al IGAE. Se emplean las pruebas de Dickey Fuller aumentada y de Phillips-Perron ambas con tendencia. Dado que la naturaleza de las series económicas es el crecimiento o el decrecimiento seculares. Los resultados se muestran en la tabla 1.

Tabla 1  
Pruebas de raíz unitaria

Prueba <sup>A</sup>	Indicador	Estadístico
Dickey Fuller aumentada	IGAE	-2.473
Phillips-Perron	IGAE	-2.707
Dickey Fuller aumentada	lnIGAE <sup>B</sup>	-2.492
Phillips-Perron	lnIGAE	-2.766
Dickey Fuller aumentada	$\Delta_1$ IGAE <sup>C</sup>	-17.561*
Phillips-Perron	$\Delta_1$ IGAE	-17.615*

A. La prueba incluye componente de tendencia.

B. Logaritmo natural del IGAE.

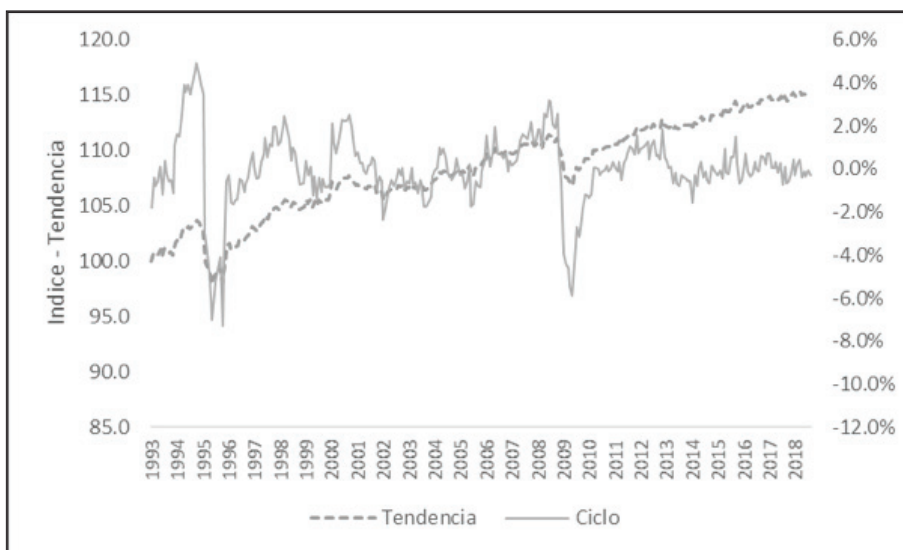
C. Primeras diferencias del logaritmo natural del IGAE.

\* Nivel de confiabilidad del 99%.

Fuente: elaboración propia.

La serie se vuelve estacionaria en primeras diferencias, lo cual implica que es integrada de orden 1. Ahora, lo que toca es obtener el componente cíclico de la transformación logarítmica del IGAE. Se muestran la tendencia y el ciclo en formato logarítmico en la gráfica 1.

Gráfica 1  
Tendencia y ciclo  
Filtro Hodrick-Prescott



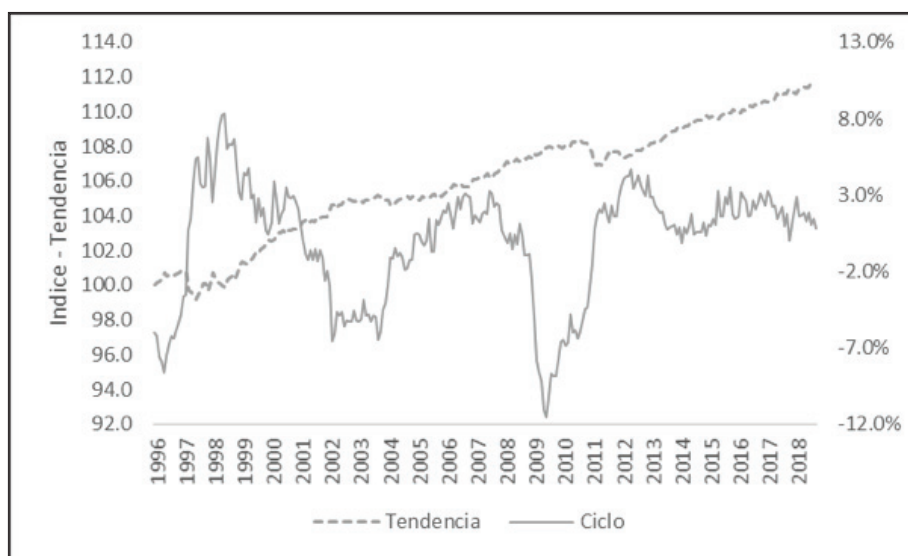
Fuente: elaboración propia con datos del INEGI 2018.

Se observan los movimientos alrededor de la tendencia. Éstos no están suavizados como los que presenta INEGI o los que se pueden calcular con datos de indicadores adelantados de la OECD. Las crisis de 1994 a 1995 y la de 2007 a 2009 aparecen claramente, no así la crisis del 2000 al 2003. Estas dataciones fueron tomadas del INEGI (2018). Lo más sorprendente es que la crisis de principios de siglo no se encuentra por ningún lado. De hecho, este tipo de fenómenos donde se presentan las fluctuaciones negativas, pero, con un nivel de utilización mayor al pleno empleo podrían ser derivados de efectos provenientes de los cambios en los precios de la economía (tipo de cambio, tasa de interés, etc.). Basta recordar que esa crisis fue resultado de los procesos de sobre valuación de los activos,

principalmente el precio de las acciones de las empresas de lo que se llamó la nueva economía.

En la gráfica 2 se muestran la tendencia y el ciclo, y se pueden observar las tres crisis antes señaladas. Pero, si recurrimos a datar los tiempos de la crisis empleando procesos de Markov, se observa una tendencia a pos fechar al fenómeno.

Gráfica 2  
Tendencia y ciclo  
Filtro Hamilton



Fuente: elaboración propia con datos del INEGI 2018.

Es importante señalar que las tres etapas de crisis en la economía de México están asociadas a procesos que muestran una debilidad recurrente del aparato económico mexicano. Si se aplican procesos de Markov a los resultados del IGAE expresado en logaritmos, gráfica 3 y gráfica 4 se puede llegar a una primera conclusión de que el filtro de Hamilton es más poderoso pues atrapa a los tres escenarios de ajuste económico, mientras que el ciclo de H&S sólo a dos. En este momento, se puede formular una pregunta: ¿cómo se debe abordar esta problemática? ¿Qué grupos sociales están afectados y cómo ayudarles? ¿Qué compromisos toma el gobierno y cuales la ciudadanía?

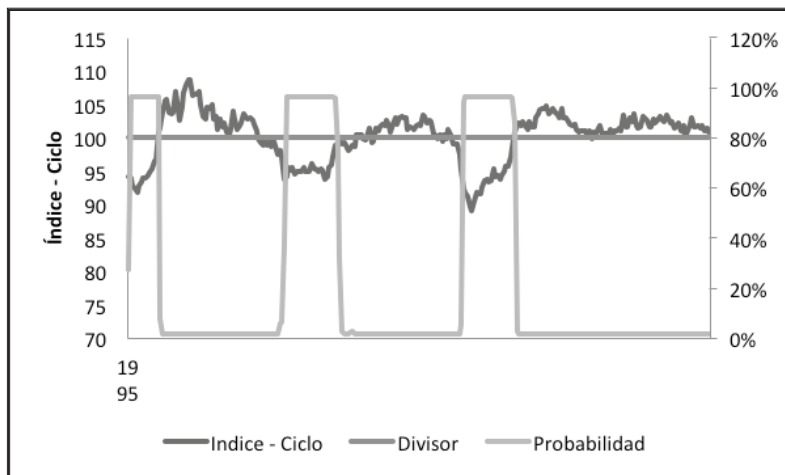
Gráfica 3  
Índice ciclo y probabilidad de recesión  
Filtro Hodrick-Prescott



Fuente: elaboración propia con datos del INEGI 2018

El proceso de determinar los tiempos del ciclo ayuda al manejo de la política económica que debe buscar reducir la volatilidad excesiva de variables clave.

Gráfica 4  
Índice ciclo y probabilidad de recesión  
Filtro Hamilton



Fuente: elaboración propia con datos del INEGI, 2018.

## 5. Conclusiones

Es muy relevante afinar estas herramientas, ya que tienen el potencial de convertirse en fuentes de información, que propicien el desarrollo de ventajas competitivas a nivel país y a nivel empresa. La utilidad de medir el comportamiento de la economía es integrar un conjunto de herramientas de política económica y de mejora en el desempeño de las empresas, que permitan el aprovechar los malos tiempos y mejorar los buenos. Sin duda, el uso de modelos más sofisticados, como los descritos en este documento promueven la eficiencia de los métodos y su aplicación a la contención de la volatilidad o al mejoramiento de la administración de las empresas.

La contribución central de este documento es la comprensión del ciclo económico con una orientación de corto plazo, y un impulso al descubrimiento de patrones de sobre o subutilización de las capacidades productivas de países y empresas con una respuesta óptima y oportuna que contribuya a evitar que las personas y su patrimonio se pierdan en la mala administración del auge y de la contracción económicas.

## Referencias

- Beach, Charles M. and James G. MacKinnon (1979). "Maximum-likelihood estimation of singular equation systems with autoregressive disturbances". *International Economic Review*, vol. 20, No. 2, pp. 459-464.
- Becker, O. S. and M. Hoffman (2006). "Intra- and International Risk Sharing in the short run and the long run." *European Economic Review*, 50(3): pp. 777-806.
- Chatfield, Chris (2004). *The analysis of time series an introduction*. Chapman & Hall/CRC, 6<sup>th</sup> ed., 333.
- Chauvet, Marcelle (1998). "An Econometric Characterization of Business Cycle Dynamics with Factor Structure and Regime Switching", *International Economic Review*, vol. 39, No. 4, 969-996.
- Cohen, A.C. Jr. (1951). "Estimating parameters of logarithmic-normal distributions by maximum likelihood". *Journal of the American Statistical Association*, vol. 46, No. 254, pp. 206-212.
- Diallo, Ibrahima Amadou (2018). "HAMILTONFILTER: Stata module to calculate the Hamilton Filter for a Single Time Series or for a Panel Dataset," Statistical Software Components S458449, Boston College Department of Economics.
- Diebold, Francis X. and G. D. Rudebusch (1996). "Measuring Business Cycles: A Modern Perspective". *Review of Economic and Statistics*, 78, pp. 67-77.
- Diebold, Francis X. and Atushi Inoue (2001). "Long memory and regime switching". *Journal of Econometrics*, 105, pp. 131-159.
- Filardo, Andrew J. and Stephen F. Gordon (1998). "Business cycle duration", *Journal of Econometrics*, 85, pp. 99-123.
- Goldfeld, Stephen M. and Quandt E. Richard (1973). "A markov model for switching regressions". *Journal of Econometrics*, vol. 1, No. 1, pp. 3-15.
- Hodrick, Robert J. and Edward C. Prescott (1997). "Postwar U. S. Business Cycle: An Empirical Investigation". *Journal of Money, Credit and Banking*, pp. 140-153.
- INEGI, (2017). *Sistema de cuentas nacionales de México. Indicador global de la actividad económica*. Instituto Nacional de Estadística y Geografía.
- (2015). *Metodología para la construcción del sistema de indicadores cíclicos*. Instituto Nacional de Estadística y Geografía. 2<sup>a</sup>. ed., México. INEGI, c2015.
- Kim, Chang-Jin (1994). "Dynamic linear models with markov-switching". *Journal of Econometrics*, 60, pp. 1-22.
- (2004). "Markov-switching model with endogenous explanatory variables". *Journal of Econometrics*, 122, pp. 127-136.

- Kim, Chang-Jin and Charles R. Nelson (1999). *State space models with regime switching: classical and gibbs-sampling approaches with applications*. The MIT Press Cambridge, Massachusetts London, England, pp. 297.
- Kim, Jinill and Sunghyun Henry Kim (2003). "Spurious welfare reversals in international business cycle models". *Journal of International Economics*, 60, pp. 471-500.
- Kim, Myung -Jig and Ji-Sung Yoo (1995). "New index of coincident indicators: a multivariate markov switching factor model approach". *Journal of Monetary Economics*, 36, pp. 607-630.
- Lucas, Robert E. Jr. (1995). *Studies in business-cycle theory*. The MIT Press Cambridge, Massachusetts London, England, Tenth printing, pp. 300.
- Maddala, G.S and In-Moo Kim (1998). "Unit roots, cointegration, and structural change". *Cambridge University Press*, pp. 505.
- McCulloch Charles, E. (1997). "Maximum likelihood algorithms for generalized linear mixed models". *Journal of the American Statistical Association*, vol. 92, No. 437, pp. 162-170.
- McQueen, Grant and Steven Thorely (1993). "Asymmetric business cycle turning points". *Journal of Monetary Economics*, 31, pp. 341-362.
- Richards, F. S. G. (1961). "A method of maximum-likelihood estimation". *Journal of the Royal Statistical Society. Series B (Methodological)*, vol. 23, No. 2, pp. 469-475.
- Sargent, Manuelli and Thomas J. (1988). "Models of business cycles". *Journal of Monetary Economics*, 22, pp. 523-542.